



SF1635, Signaler och system I

Tentamen onsdagen 2016-06-08, kl 8⁰⁰ – 13⁰⁰

Hjälpmedel: BETA Mathematics Handbook.

”Formelsamling i Signalbehandling” (rosa),

”Formelsamling för Kursen SF1635” (ljusgrön eller lila).

Obs 1: Uppgifterna är ordnade varken kurskronologiskt eller efter svårighetsgrad.

Obs 2: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Förenkla svaren så långt som möjligt!
Ange vad införda beteckningar, som inte är standard, står för.
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Obs 3: Tentamen består av 6 uppgifter, vilka sammanlagd ger 50 poäng.
Efter tentamens slut publiceras ett lösningsförslag på nätet.

Obs 4: Betygsgränser:

För betyg	A	B	C	D	E	FX	
krävs	40	36	32	28	24	20	poäng

Ansvarig: Franz J Čech

1) a) Lös initialvärdesproblemet

[5p]

$$t \frac{dP(t)}{dt} + 3P(t) = 4t, \quad P(-1) = 0$$

b) samt ange lösningens existensintervall och rita en tydlig skiss av lösningen. [2p]

2) Bestäm lösningen till ODE

$$x^2 y'' + 6xy' + 4y = 4, \quad x > 0$$

uppfyllande $y(1) = 1$, $y'(1) = -3$ och där vi vet att $y_1(x) = x^{-1}$ är en lösning till den homogena ekvationen.

[8p]

3) Bestäm

a) två linjärt oberoende lösningar till det linjära systemet

[6p]

$$\begin{cases} x_1'(t) = 2x_1(t) + x_2(t), \\ x_2'(t) = 2x_2(t). \end{cases}$$

b) Bestäm och skissa lösningen som går genom $x_1(1) = 1$, $x_2(1) = 2$.

[3p]

4) Utveckla den 2π -periodiska funktionen $f(x) = 1 + 2\cos x + 3\cos^2 x + 4\cos^3 x$ i cosinusserie.

Ledning: Fundera på lämpliga trigonometriska samband.

[7p]

5) Bestäm lösningen till begynnelsevärdesproblemet

[10p]

$$y'' + y = \mathcal{U}\left(t - \frac{\pi}{2}\right) + 3\delta\left(t - \frac{3\pi}{2}\right) - \mathcal{U}(t - 2\pi), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

Ge en styckvis definition av lösningen $y(t)$ i intervallen $0 \leq t < \pi/2$, $\pi/2 \leq t < 3\pi/2$, $3\pi/2 \leq t < 2\pi$ samt $t \geq 2\pi$.

6) Den stationära signalen

$$x(t) = 3\cos(1400\pi t + \pi/8) - 6\sin(1500\pi t)$$

samplas med frekvensen $f_s = 400$ Hz och rekonstrueras sedan med ett idealt lågpassfilter $H_{LP} = T \operatorname{rect}(t/400)$.

Bestäm den rekonstruerade signalen $y_{\text{rek}}(t)$.

[9p]

Lycka till !

Franx J