Inlämningsuppgift 1 SF1602 HT2014

A Efternamn, Förnamn: ______________________________ **Personnummer:** ____________________
Program: ________________

B Efternamn, Förnamn: ______________________________ **Personnummer:** ____________________
Program: ________________

C Efternamn, Förnamn: ______________________________ **Personnummer:** ____________________
Program: ________________

Fråga 1: Låt a, b och c vara den sista nollskilda siffran i gruppmedlem **A, B** och **C**s personnummer. Beräkna derivatan av

$$f(x) = \ln\left(\frac{|x| - b}{e^{(c+x)^{a/2}}}\right).$$

Ange noga för vilka $x \in \mathbb{R}$ som derivatan existerar. Motivera ert svar och referera noga till de satser ni använder.

Inom den harmoniska analysen så visar det sig att det är ett onödigt starkt antagande att anta att $f(x)$ är deriverbar. Istället så definierar man Zygmund klassen enligt följande:

Definition 1. *Låt $f(x)$ vara en funktion definierad på $[-1,1]$. Då säger vi att $f(x)$ ligger i Zygmund klassen om det finns en konstant $M > 0$ så att det för varje $|h| < 1$ (så att $f(x_0 \pm h)$ är definierad) och vare $x_0 \in [-1,1]$ gäller att*

$$|f(x_0 + h) - 2f(x_0) + f(x_0 - h)| \leq M|h|.$$

Tekniskt sett så ingår inte Zygmund klassen i den här kursen. Men vi kommer att använda den i följande uppgifter som ett sätt att pröva lite kunskaper om derivator.

Fråga 2: Bevisa att om $f(x)$ är deriverbar och $f'(x)$ är kontinuerlig på $[-1,1]$ så ligger $f(x)$ i Zygmund klassen.

Fråga 3: Bevisa att om $f(x) = |x|$ så ligger $f(x)$ i Zygmund klassen men $f(x)$ är inte deriverbar på $[-1,1]$.

Fråga 4: Låt

$$f(x) = \begin{cases} |x\ln(|x|)| & \text{om } x > 0 \\ 0 & \text{om } x = 0 \\ -|x\ln(|x|)| & \text{om } x < 0 \end{cases}$$

och

$$f(x) = \begin{cases} |x\ln(|x|)| & \text{om } x \neq 0 \\ 0 & \text{om } x = 0. \end{cases}$$

Är $f(x)$ och $g(x)$ deriverbara för alla $x \in [-1,1]$? Ligger $f(x)$ och $g(x)$ i Zygmund klassen. Bevisa era svar.

För godkänt: *För godkänt så räcker det att bevisa att definitionen är uppfylld (eller inte uppfylld) för $x_0 = 0$.*

Uppgiften skall lämnas till era övningsledare på övningen Onsdagen den 5e November.

Detta är ett grupparbete. En del av uppgiften är att förstå och förklara matematik och det är gruppens ansvar att alla i gruppen förstår svaren. Det är fritt att diskutera med vem som helst (andra studenter, övningsledare) om uppgiften. Men uppgiften skall skrivas av gruppen tillsammans. Att kopiera andra gruppers svar eller att olika grupper lämnar in samma svar är inte tillåtet och kommer att räknas som plagiat. Som tumregel kan man säga att ni får diskutera uppgiften med vem ni vill. Men när ni skriver den så skall gruppen sitta ensam och inte rådgöra med personer utanför gruppen.

Lycka Till!