

Uppgifter vecka 36 SF1602 Diff. Int.

John Andersson johnan@kth.se

1: Läs avsnitt 0.1-0.6 och 1.1-1.3 i Perosson-Böiers till föreläsning 1. En kort guide till hur du läser matte ligger under "Johns Skräp" på kurshemsidan.

2: Läs avsnitt 1.4-1.5 och 2.1 i Perosson-Böiers till föreläsning 2.

3: Tänk igenom följande frågor, vi kommer att diskutera dem under föreläsningen den 9e September. Behöver i regel inga långa beräkningar. Med lite träning bör du kunna se svaret efter kort betänketid eller efter en liten skiss eller kortare beräkning.

WARNING: Vissa frågor är kuggfrågor. Det vill säga, de ber dig att göra något som är omöjligt. Ofta när man gör matematik så försöker man visa något som är fel - det är därför viktigt att du lär dig identifiera när arbetshypotesen är felaktig.

i) Låt $f(x)$ och $g(x)$ vara polynom. Om $f(\alpha) = \beta$ och $g(\beta) = 0$ finns det då ett polynom $q(x)$ så att

$$g \circ f(x) = (x - \alpha)q(x)?$$

ii) Finns det ett polynom $q(x)$ så att

$$e^{x^2-1} - 1 = (x - 1)q(x)?$$

iii) Är $\frac{113 \times 112 \times 111 \times \dots \times 53 \times 52}{2 \times 3 \times \dots \times 61 \times 62}$ ett heltal?

iv) Hitta alla x så att $|x - 3| < 1$ och $|x - 100| < 3$.

v) Låt $p(x)$ vara ett polynom och antag att $\frac{p(x)}{x^5+x^2-x+3}$ går mot noll när $x \rightarrow \infty$. Vilken grad är den högsta som $p(x)$ kan ha? Vad går $\frac{p(x)}{x^5+x^2-x+3}$ mot då $x \rightarrow -\infty$?

4: Tänk noga igenom Definition 1 på sidan 132. Det är en av de viktigaste momenten i kursen, vi kommer att diskutera Definitionen på flera föreläsningar.

5: Uppgifter Vecka 36.

Varje vecka så kommer jag att rekommendera uppgifter. Den här veckan är det många uppgifter så gör inte alla om du inte behöver. Använd omdöme och gör bara de som du behöver träna på. Målet är att ni ska klara av de flesta "svåra" uppgifterna vid tiden för tentan.

Lätta: Från föreläsning 1: 0.4, 0.18, 0.28, 0.44, 0.49, 0.50, 0.57ab, 0.86, 1.2, 1.5, 1.9

Från föreläsning 2: 1.22, 1.41, 1.43

Medelsvåra: Från föreläsning 1: 0.2, 0.3, 0.6, 0.8, 0.9, 0.19, 0.29, 0.30, 0.35, 0.36, 0.38, 0.42, 0.47, 0.48ace, 0.52, 0.58ab, 0.59b, 0.64, 1.11, 1.13, 1.16, 1.17

Från föreläsning 2: 1.24, 1.25, 1.27, 1.30, 1.31, 1.33, 1.36abd, 1.44, 1.51,

Svåra: Från föreläsning 1: 0.32, 0.40, 0.61, 0.62, 0.65, 0.72, 0.73, 0.81, 0.2, 0.84, 0.85, 1.12

Från föreläsning 2: 1.39, 1.40, 1.46, 1.47, 1.48, 1.50

Viktigt och svårt! Lös uppgifterna 2.1 a) e) och f). När du beräknar gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ så använd definitionen

Definition 1. Vi säger att $f(x)$ får mot a då x går mot oändligheten om det för varje $\epsilon > 0$ existerar ett $C > 0$ så att

$$|f(x) - a| < \epsilon \text{ för varje } x > C.$$

Vi skriver detta med symboler $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$.

Den här uppgiften är mycket mer komplicerad än tidigare uppgifter. Därför kommer ett fullständigt svar att publiceras under "Johns skräp" på kurshemsidan.

6. (Bevisuppgift) Bevisa följande sats:

Sats 1. Låt $f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$ vara ett polynom av grad n . Då har $f(x) = 0$ som mest n olika lösningar.

Det kan vara ganska svårt att skriva formella bevis i början. Vi kommer att träna lite på det under kursens gång. Om du har problem att bevisa satsen så oroa dig inte. Gör ett allvarligt försök. En lösning kommer att publiceras på kurshemsidan under "Johns skräp". Läs den lösningen noga efter att du själv har försökt - oavsett om du lyckas eller inte.

7. Kontorstid: Torsdagen den 4e September klockan 11 på mitt kontor (Matteinstitutionen två trappor över elevexpeditionen, ring (kortnummer 7214) på telefonen utanför korridoren så släpper jag in er).

Kontorstiden är en tid då jag finns tillgänglig i mitt kontor för att besvara eventuella frågor om kursen eller matematik i allmänhet.

Efter den här veckan skall du kunna.

1. Förstå absolutbeloppets definition, betydelse och hur man räknar med absolutbelopp (Sidan 43.)
2. Olikheter och hur man löser dem (sid 22-24)
3. Polynom och rationella funktioner (sid 47-70).
4. Triangelolikheten (Sats 1 sid 46)
5. Faktorsatsen och polynomdivision (Sats 2-3 sidan 53)
6. Förstått hur man beräknar geometriska summor (Sats 5 sid 58) och binomialsatsen (Sats 3 sidan 63).
7. Definition 1 sidan 37 (definition av funktionsbegreppet - observera att vi definierar funktioner abstrakt. Det finns tal att räkna på funktionsbegreppet (1.1-1.8) om det skulle behövas.)
8. $\epsilon - \delta$ -definitionen (sid 136). Detta är den viktigaste definitionen i analysen och den ligger till grund för all matematisk analys.
9. Ha en grundläggande förståelse för vad ett matematiskt bevis är.