Uppgifter vecka 49 SF1602 Diff. Int.

John Andersson johnan@kth.se

1 (Läsning inför F25) *(2a December)***:** Läs kapitel 8.6-8.9 (8.6 och 8.7 är de viktigaste avsnitten) i Person-Böiers.

2 (Kortfrågor inför F25):

i) Antag att $\mathcal{L}y(x) = y''(x) + \sin(x)y'(x) + 3y(x)$, att $\mathcal{L}f(x) = 0$ och att $\mathcal{L}g(x) = 0$, vad blir $\mathcal{L}\left(f(x) + g(x)\right)$?

ii) Antag att $\mathcal{L}y(x) = y'(x) + y^2(x)$, att $\mathcal{L}f(x) = 0$ och att $\mathcal{L}g(x) = 0$ vad är $\mathcal{L}\left(f(x) + g(x)\right)$? Varför skiljer sig svaret nu från förra uppgiften?

iii) **Svår?** Antag att $a'(x) = b(x)$. Skriv $y''(x)+a(x)y'(x)+b(x)y(x) = h(x)$ som två första ordningens differentialekvaationer.

LEDTRÅD: *Vilken ekvation löser $w(x) = y'(x) + a(x)y(x)$?*

iv) Hitta två konstanter a och b så att alla lösningar till $y''(x) + ay(x) + b(x)y(x) = 0$ som inte är identiskt noll antingen går mot oändligheten ($\lim_{x\to\infty} y(x) = \infty$) eller mot minus oändligheten ($\lim_{x\to\infty} y(x) = -\infty$).

v) Hitta två konstanter a och b så att alla lösningar till $y''(x) + ay(x) + b(x)y(x) = 0$ så att alla lösningar går mot noll ($\lim_{x\to\infty} y(x) = 0$).

vi) Hitta två konstanter a och b så att alla lösningar till $y''(x) + ay(x) + b(x)y(x) = 0$ så att alla lösningar, som inte är identiskt lika med noll, är begränsade och periodiska (dvs det finns ett $\xi > 0$ så att $y(x) = y(x + \xi)$ för alla x).

3 (Läsning inför F26) *(3e December)***:** Läs 9.1-9.3 i Persson-Böiers, vi kommer förmodligen att sammanfatta kap. 8 också.

4 (Kortfrågor inför F26):

i) Rita grafen av två funktioner $f(x)$ och $g(x)$, definierade på $[-1, 1]$, så att $f^{(n)}(0) = g^{(n)}(0)$ för alla n men $f(1/2) \neq g(1/2)$?

ii) Kan man, för varje $C > 0$ och $\epsilon > 0$, hitta en funktion $f_{C,\epsilon}(x)$ definierad på hela $\mathbb{R}$ så att

$$|f_{C,\epsilon}(x) - p_8(x)| > C \qquad \text{för något } |x| < \epsilon$$

där $p_8(x)$ är Maclaurinpolynomet av ordning 8 till $f_{C,\epsilon}$. Vad betyder detta?

iii) Om tredje ordningens Maclaurinpolynom till $f(x)$ är $p(x) = 1+3x^2+\frac{1}{2}x^3$ vad är fjärde ordningens Macalurinpolynom till funktionen $F(x) = \int_0^x f(t)dt$?

iv) Om Maclaurinpolynomet av ordning tre till $f(x)$ är $p(x) = 2 + x^2$ vad är Maclaurinpolynomet till ordning tre till $g(x) = f(x^2)$?

v) Om $f(x)$ har Maclaurinpolynomet $p_2(x) = 2 + x + x^2$ vad är då andra ordningens Taylorpolynom i punkten $x = 2$ till $f(x - 2)$?

5: Uppgifter Vecka 49.

Lätta uppgifter: *Från föreläsning 25:*
Från föreläsning 26:

Medelsvåra uppgifter: *Från föreläsning 25:* 8.38ac, 8.39ac, 8.40ab, 8.42, 8.47, 8.48, 8.49, 8.51ac, 8.53, 8.55, 8.62
Olika tillämpningar: 8.44, 8.45, 8.59, 8.71, 8.81
Från föreläsning 26: 9.1, 9.2, 9.5, 9.6

Svåra uppgifter: *Från föreläsning 25:* 8.72, 8.80, 8.86

Förslag på uppgifter till övningen: Mitt förslag på uppgifter som övningsledarna skall räkna på övningen den här veckan är ett par av följande **8.43, 8.51d, 8.76, 9.4**.

6: Bevisuppgift: [JÄMFÖRELSE PRINCIPEN] Hitta ett villkår på den kontinuerliga funktionen $g(x)$ så följande fyra antaganden:

i) $g(y(x))y'(x) = h(x)$ för alla $x \geq 0$,

ii) $g(z(x))z'(x) = f(x)$ för alla $x \geq 0$,

iii) $h(x) \geq f(x)$ för alla $x \geq 0$ och

iv) och $y(0) \geq z(0)$

implicerar att $y(x) \geq z(x)$ för alla $x \geq 0$.

7. VIKTIGT! Kontrollskrivning 3-4 kommer att gå den 15e December - anmäl dig NU! Anmälan till tentamen är öppen -nmäl dig NU!

8. Kontorstid: Onsdagen den 3e December kl 9-10 (Direkt före föreläsningen.) i mitt kontor två trappor över studentexpeditionen på matematik. Ring 7214 på porttelefonen utanför dörren för att bli insläppta.

Efter F25-F26 skall du kunna.

1. Identifiera och lösa andra ordningens linjära differential ekvationer med konstanta koefficienter.
2. Du skall veta var dett karakteristiskt polynom är och kunna använda det för att hitta homogena lösningar till differential ekvationer.
3. Du skall kunna alla standardansättningar som görs för att hitta partikulärlösningar (se sektion 8.7).
4. Du skall ha en grundläggande förståelse för approximation med polynom samt kunna känna igen Maclaurins formel och kunna använda den.