Uppgifter vecka 40 SF1602 Diff. Int.

John Andersson johnan@kth.se

1 (Läsning inför F9): Läs kapitel 3.1-3.3 i Persson-Böiers.

2 (Kortfrågor inför F9):

i) Skissa en graf av en funktion $f(x)$ på $[0,3]$ som är deriverbar överallt utom i punkterna $x=1$ och $x=2$.

ii) Om $f \geq g$ följer det att $f' \geq g'$?

iii) Antag att $f(x)$ är kontinuerlig i en punkt x^0. följer det att f är deriverbar i x^0?

iv) Låt $f(x)$ och $g(x)$ vara deriverbara i $[-1,1]$, låt $h(x) = \max(f(x), g(x))$. Vad är $h'(x)$ uttryckt i f, g, f' och g'?

v) Skissa en funktion $f(x)$ som har ett lokalt maximum i $x=0$ men inte är deriverbar i $x=0$.

vi) Antag att $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$, $f(x_0) = h(x_0)$, $f'(x_0)$ och $h'(x_0)$ existerar. Kan vi dra slutsatsen att $g'(x_0)$ existerar?

vii) Låt $f(x)$ vara en deriverbar funktion på $[-1,1]$. Existerar det någon funktion g så att $g'(x) = f'(x)$ och $g(0) = 0$?

3 (Läsning inför F10): Läs kapitel 3.4-3.5 i Persson-Böiers.

4 (Kortfrågor inför F10):

i) Finns det någon funktion $f(x)$ definierad på $[0,1]$ så att $f'(x) \geq 0$ för alla x och f är växande? Är alla sådana f strikt växande?

ii) Om $f'(x) > g'(x)$ för alla x följer det att $f(x) > g(x)$?

iii) Om $f(x) > 0$ finns det någon funktion g så att $\frac{df(x)g(x)}{dx} = \sin(2x)$?

iv) Antag att f och g är deriverbara funktioner så att $f(x) \geq g(x)$ för alla x och för någon punkt x_0 så gäller $f(x_0) = g(x_0)$. Vad kan man säga om relationen mellan derivatorna $f'(x_0)$ och $g'(x_0)$?

v) Antag att $f(x)$ är deriverbar på $[0,\infty)$ och att $f'(x) \geq 1$. Kommer $f(x) \to \infty$ då $x \to \infty$?

vi) Antag att $f(x)$ och $g(x)$ är deriverbara på $[0,\infty)$, $f'(x) \geq 1$ och $g'(x) = 2f'(x)$. Vad är $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$?

5: Uppgifter Vecka 40.

Lätta: *Från föreläsning 9:* 3.9

Medelsvåra: *Från föreläsning 9:* 3.6, 3.8, $\underbrace{3.10,\ 3.11,\ 3.12,\ 3.13,\ 3.14}_{\text{Så många som du behöver.}}$, 3.18, 3.39

Från föreläsning 10: 3.1, 3.2, 3.40, 3.42

Svåra: *Från föreläsning 9:* 3.16, 3.17, 3.21, 3.22, 3.23, 3.33, 3.36, 3.37
Från föreläsning 10: 3.30, 3.31, 3.43, 3.45

6: Att plugga inför KSen den 3e Oktober: Istället för att göra en bevisuppgift den här veckan så skall ni plugga inför KSen den 3e Oktober. På kurshemsidan, under länken “Johns skräp”, så finns det en guide till vad som ingår i KSen och lite vägledning om vad du ska plugga och hur du skall skriva svar.

ANMÄL DIG TILL KSen NU OM DU INTE HAR GJORT DET!

7. Kontorstid: Onsdagen den 1a Oktober klockan 10 på mitt kontor (Matteinstitutionen två trappor över elevexpeditionen, ring (kortnummer 7214) på telefonen utanför korridoren så släpper jag in er). Jag vet att det krockar med en föreläsning för många av er. Men det är den enda tiden som passar bra innan kontrollskrivningen.

Efter den här veckan skall du kunna.

1. Förstå och kunna derivatans definition (Definition 1 sidan 187.) samt tolka den geometriskt.
2. Kunna de räkneregler som gäller för derivatan (summa, produkt, kvotregler, kedjeregeln och derivering av inversa funktioner) samt bevisa dessa.
3. Kunna, och kunna härleda, alla elementära funktioners derivator (polynom, logaritm, exponent, trigonometriska och inversa trigonometriska funktioners derivator), samt att kunna använda dessa derivator tillsammans med räknereglerna för att beräkna mer komplicerade funktioners derivator.
4. Kunna bevisa att derivatan i en inre extrempunkt är noll (om den existerar), sats 13 sidan 210.
5. Kunna bevisa medelvärdessatsen och att $f' > 0$ implicerar att $f(x)$ är strikt växande.