Matematiska Institutionen,
KTH

Problem till övning nr 10 den 20 februari, Linjär algebra D, SF1604, vt 15.

1. (E) För den linjära avbildningen A från R^3 till R^3 gäller att

$$A(2,3,4) = (0,1,1), \qquad A(3,4,5) = (2,-1,0), \qquad A(4,5,15) = (1,1,2).$$

   Bestäm den inversa avbildningens matris relativt standardbasen.

2. (D) Låt P vara projektion på planet $x - y = 0$ och S spegling i planet $z = 0$. Bestäm matriserna relativt standardbasen för de sammansatta avbildningarna $S \circ P$ resp $P \circ S$.

3. (D) Låt A vara en linjär avbildning från R^4 till R^3 med kärnan $\ker(A) = \mathrm{span}\{(1,2,3,-1)\}$. Är A surjektiv?

4. (D) Bildrummet $\mathrm{im}(A)$ till den linjära avbildningen A från R^4 till R^3 är

$$\mathrm{im}(A) = \mathrm{span}\{(1,1,1),(2,1,a),(1,2,a)\}.$$

   Bestäm för olika värden på a dimensionen hos A:s kärna.

5. (C) Derivering D är en linjär avbildning av vektorrummet $\mathcal{P}$ bestående av alla polynom (med reella koefficienter). Bestäm D:s kärna. Är D surjektiv?

6. (C) Antag att A är en surjektiv linjär avbildning från vektorrummet U till vektorrummet W och B en linjär avbildning från V till vektorrummet U. Kan den sammansatta avbildningen $A \circ B$ från V till W vara surjektiv även om B inte är surjektiv?

7. (B) Betrakta matriserna

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   Visa att det inte finns någon matris $\mathbf{T}$ sådan att $\mathbf{A} = \mathbf{T}\mathbf{B}\mathbf{T}^{-1}$.

8. **Fler övningar finns i läroboken. Se förslag i kursPM. Övning ger färdighet.**

SVAR

1.

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & -1 \\ 5 & 6 & -3 \\ 4 & -3 & 7 \end{pmatrix}$$

2. Både $P \circ S$ och $S \circ P$ beskrivs i standardbasen av matrisen

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 0 \\ 1/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Ja.

4. Med $a = 3/2$ så är dimensionen hos A:s kärna lika med 2. För alla andra värden på a har A:s kärna dimensionen 3.

5. D är surjektiv och $\ker(D) = \mathrm{span}\{1\}$.

6. Ja.

7. –