

Matematiska Institutionen, KTH

Problem till övning nr 3 den 27 januari, Linjär algebra D och CL, SF1604, vt 15.

1. (E) Bestäm

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 23 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 11 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 1 & 0 \end{vmatrix}$$

2. (E) Bestäm ett tal a sådant att vektorn $(1, 1, a)$ blir en så kallad linjärkombination av vektorerna $(1, -1, 3)$ och $(2, 1, 0)$, dvs bestäm ett tal a så att det finns reella tal λ_1 och λ_2 sådana att

$$(1, 1, a) = \lambda_1(1, -1, 3) + \lambda_2(2, 1, 0).$$

3. (E) Visa att punkterna $(1, 3, 2)$, $(2, 1, 0)$ och $(3, -1, -2)$ ligger i rät linje, till exempel genom att jämföra vektorerna mellan dessa punkter.
4. (E) Låt $\bar{u} = (1, 1, -1)$ och $\bar{v} = (2, 3, 1)$ samt antag att vektorn \bar{w} är sådan att $\bar{v} \cdot \bar{w} = -2$ och att vektorerna \bar{u} och \bar{w} är vinkelräta mot varandra, $\bar{u} \perp \bar{w}$. Bestäm

$$\bar{u} \cdot \bar{v}, \quad \bar{v} \cdot \bar{u}, \quad (\bar{u} + 2\bar{v}) \cdot (3\bar{v} - 5\bar{w}), \quad \|\bar{u}\|,$$

samt cosinus för vinkeln mellan vektorerna \bar{u} och \bar{v} .

5. (E) Visa att triangeln med hörn i punkterna $(1, 2, 1)$, $(2, 3, 1)$ och $(2, 1, 1)$ är rätvinklig. Bestäm samtliga vinklar och triangelns omkrets.
6. (E) Låt $\bar{u} = (2, 3, -1)$ och $\bar{v} = (2, 1, 1)$. Bestäm längden av projektionen av vektorn \bar{u} på vektorn \bar{v} .
7. (E) En rät linje ℓ innehåller punkterna $P = (1, 0, -1)$ och $Q = (1, 2, 4)$. Bestäm en parameterform för linjen. Avgör om punkten $(1, -2, -6)$ tillhör linjen. Bestäm den punkt på linjen som ligger mitt emellan punkterna P och Q .
8. **Fler övningar finns i läroboken. Se förslag i kursPM. Övning ger färdighet.**

SVAR

1. 0.
2. $a = -1$.
3. -
4. $\bar{u} \cdot \bar{v} = 4$, $\bar{v} \cdot \bar{u} = 4$, $(\bar{u} + 2\bar{v}) \cdot (3\bar{v} - 5\bar{w}) = 116$, $\|\bar{u}\| = \sqrt{3}$. Cosinus för vinkeln mellan vektorerna \bar{u} och \bar{v} är $4/\sqrt{42}$.
5. Vinklarna är $\pi/2$, $\pi/4$ och $\pi/4$. Två sidor har längden $\sqrt{2}$ och en sida har längden 2.
6. $\sqrt{6}$
7. Parameterform $(x, y, z) = (1, 2, 4) + t(0, 2, 5)$. Mittpunkt är $(1, 1, 3/2)$. Ja, den givna punkten tillhör linjen.