Matematiska Institutionen
KTH

Lösningar till lappskrivning nummer 1A till kursen Linjär algebra för D, SF1604, den 30 januari 2012, kl 13.15-13.45.

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkända uppgifter nedan.

OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. Bestäm samtliga lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 2y - z = 4 \\ 2x + 3y + z = 4 \end{cases}$$

Lösning: Vi subtraherar första ekvationen två gånger från den andra och får då systemet

$$\begin{cases} x + 2y - z = 4 \\ \quad - y + 3z = -4 \end{cases}$$

Den obekanta z kan väljas till ett godtyckligt tal $z = t$ och vi kan med varje sådant värde på z finna en lösning till systemet nämligen

$$y = 3t + 4, \qquad \text{och} \qquad x = 4 - 2y + z = 4 - 2(3t + 4) + t = -4 - 5t.$$

SVAR: Till exempel $x = -4 - 5t$, $y = 4 + 3t$ och $z = t$ där t är ett godtyckligt reellt tal.

2. För matriserna $\mathbf{X}$ och $\mathbf{Y}$ gäller att

$$\mathbf{X} + \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{och} \qquad 2\mathbf{X} + 4\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Bestäm matrisen $\mathbf{Y}$.

Lösning: Givet är två ekvationer för matriserna $\mathbf{X}$ och $\mathbf{Y}$. Vi subtraherar den första ekvationen två gånger från den andra och får då ekvationerna

$$\mathbf{X} + \mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad \text{och} \qquad 2\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Vi multiplicerar den andra ekvationen med 1/2 och får då ut $\mathbf{Y}$ till vårt
SVAR:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1 \\ -1 & -1/2 \end{pmatrix}$$

(och sen kan $\mathbf{X}$ bestämmas ur första ekvationen.)