

Matematiska Institutionen  
KTH

**Lösning till lappskrivning nummer 2A till kursen Linjär algebra för CDATE och CL, SF1604, den 5 februari 2014, kl 10.15-10.45.**

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkända uppgifter nedan.

**OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.**

1. (ON-system) Låt  $\pi$  beteckna planet med ekvationen  $x + y + 2z = 3$ . Låt  $\ell$  beteckna linjen som innehåller punkten  $(2, 1, 1)$  och som är parallell med vektorn  $(1, 1, 1)$ . Bestäm skärningspunkten  $P$  mellan planet  $\pi$  och linjen  $\ell$ .

**Lösning.** Punkten  $P = (x, y, z)$  ligger på linjen om  $P$  har koordinaterna  $(x, y, z) = (2+t, 1+t, 1+t)$  för något tal  $t$ , och  $P$  ligger i planet om  $x + y + 2z = 3$ . Så  $P$  ligger både på linjen och i planet för det  $t$ -värde sådant att

$$(2+t) + (1+t) + 2(1+t) = 3,$$

dvs  $5 + 4t = 3$ . Skärningspunktens  $t$ -värde ges alltså av  $t = -1/2$ , så

$$\text{SVAR: } P = (2 - 1/2, 1 - 1/2, 1 - 1/2) \text{ dvs } P = (3/2, 1/2, 1/2).$$

2. (ON-system) Betrakta vektorerna  $\bar{u} = (1, -1, 0)$  och  $\bar{w} = (1, 1, 1)$ . Undersök om det finns någon vektor  $\bar{v}$  av längd 1, dvs  $\|\bar{v}\| = 1$ , sådan att

$$\bar{u} \times \bar{v} = \bar{w}.$$

Glöm ej att motivera ditt svar!

**Lösning.** Vi vet nog att  $\|\bar{u} \times \bar{v}\| = \|\bar{u}\| \cdot \|\bar{v}\| \cdot |\sin \varphi|$  där  $\varphi$  är vinkeln mellan vektorerna  $\bar{u}$  och  $\bar{v}$ . Eftersom  $\|\bar{v}\| = 1$  har vi med  $\bar{w} = \bar{u} \times \bar{v}$  att

$$\|\bar{w}\| = \|\bar{u}\| \cdot |\sin \varphi|.$$

Med givna indata skulle då

$$\sqrt{3} = \sqrt{2} \cdot |\sin \varphi|.$$

Detta är omöjligt eftersom för varje vinkel  $\varphi$  gäller att  $-1 \leq \sin \varphi \leq 1$ .

**SVAR:** Nej, det finns ingen sådan vektor.