Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nummer 2A till kursen Linjär algebra för D och CL, SF1604, den 5 februari 2015, kl 10.15-10.45.

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkända uppgifter nedan.

OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. (ON-system) En triangel har hörn i punkterna $(1, 1, 1)$, $(1, 3, 2)$ och $(3, 2, 1)$. Bestäm triangelns area.

Lösning. Två sidor i triangeln beskrivs av vektorerna

$$\bar{u} = (1 - 1, 3 - 1, 2 - 1) = (0, 2, 1), \qquad \bar{v} = (3 - 1, 2 - 1, 1 - 1) = (2, 1, 0).$$

Arean av triangeln är enligt känt samband $||\bar{u} \times \bar{v}||/2$. Beräkning av kryssprodukten ger

$$\bar{u} \times \bar{v} = (2 \cdot 0 - 1 \cdot 1, 1 \cdot 2 - 0 \cdot 0, 0 \cdot 1 - 2 \cdot 2) = (-1, 2, -4)$$

en vektor vars längd är

$$||\bar{u} \times \bar{v}|| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-4)^2} = \sqrt{21}$$

Alltså
SVAR: Arean är $\sqrt{21}/2$.

2. (ON-system) Betrakta två plan, planet π_1 med ekvationen $2x - 4y + 5z = 1$ och planet π_2 med ekvationen $2x - 4y + 5z = 10$. Punkten P har koordinaterna $(1, 1, 1)$. Vilket av planen π_1 och π_2 ligger närmast punkten P.
(Obs motivering krävs. Bristfällig motivering kan ge avdrag med 0.5p – 1p)

Lösning. Planen är parallella. En plan π genom punkten P parallellt med bägge planen ges av

$$2x - 4y + 5z = A,$$

där talet A ges av att punkten P skall tillhöra π. Punkten $(1, 1, 1)$ tillhör π precis då

$$2 \cdot 1 - 4 \cdot 1 + 5 \cdot 1 = A$$

dvs $A = 3$. Vi jämför nu de tre planens skärningspunkter Q, Q_1 och Q_2 med x-axeln, (där $y = z = 0$). Så

$$Q = (3/2, 0, 0), \qquad Q_1 = (1/2, 0, 0), \qquad Q_2 = (10/2, 0, 0).$$

Då Q ligger närmast Q_1 har vi
SVAR: P ligger närmast π_1.