

Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nummer 2B till kursen Linjär algebra för D och CL, SF1604, den 5 februari 2015, kl 10.15-10.45.

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkända uppgifter nedan.

OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. (ON-system) En triangel har hörn i punkterna $(1, 1, 1)$, $(3, 3, 1)$ och $(2, 1, 3)$. Bestäm triangelns area.

Lösning. Två sidor i triangeln beskrivs av vektorerna

$$\bar{u} = (3 - 1, 3 - 1, 1 - 1) = (2, 2, 0), \quad \bar{v} = (2 - 1, 1 - 1, 3 - 1) = (1, 0, 2).$$

Arean av triangeln är enligt känt samband $\|\bar{u} \times \bar{v}\|/2$. Beräkning av kryssprodukten ger

$$\bar{u} \times \bar{v} = (2 \cdot 2 - 0 \cdot 0, 0 \cdot 1 - 2 \cdot 2, 2 \cdot 0 - 2 \cdot 1) = (4, -4, -2)$$

en vektor vars längd är

$$\|\bar{u} \times \bar{v}\| = \sqrt{4^2 + (-4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{36}$$

Alltså

SVAR: Arean är 3.

2. (ON-system) Betrakta två plan, planet π_1 med ekvationen $3x + 4y - 2z = 1$ och planet π_2 med ekvationen $3x + 4y - 2z = 10$. Punkten P har koordinaterna $(1, 1, 0)$. Vilket av planen π_1 och π_2 ligger närmast punkten P .

(Obs motivering krävs. Bristfällig motivering kan ge avdrag med $0.5p - 1p$)

Lösning. Planen är parallella. En plan π genom punkten P parallellt med bägge planen ges av

$$3x + 4y - 2z = A,$$

där talet A ges av att punkten P skall tillhöra π . Punkten $(1, 1, 0)$ tillhör π precis då

$$3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 - 2 \cdot 0 = A$$

dvs $A = 7$. Vi jämför nu de tre planens skärningspunkter Q , Q_1 och Q_2 med x -axeln, (där $y = z = 0$). Så

$$Q = (7/3, 0, 0), \quad Q_1 = (1/3, 0, 0), \quad Q_2 = (10/3, 0, 0).$$

Då Q ligger närmast Q_2 har vi

SVAR: P ligger närmast π_2 .