Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nummer 4B till kursen Linjär algebra för D och CL, SF1604, den 18 februari 2014, kl 13.15-13.45.

Namn:

Resultat:

Bonuspoäng till tentan från denna lappskrivning är antalet godkända uppgifter nedan.

OBS Lösningarna skall motiveras väl och skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

1. (ON-system) Bestäm en ortogonalbas i delrummet $L = \text{Span}\{(-1,2,1,2),(0,-1,2,1)\}$ till R^4.

Lösning. Vi använder Gram-Schmidts metod. Låt $\bar{e}_1 = (2,2,1,-1)$ och låt

$$\bar{f}_2 = (0,-1,2,1) - \frac{(-1,2,1,2)\cdot(0,-1,2,1)}{(-1,2,1,2)\cdot(-1,2,1,2)}(-1,2,1,2) =$$

$$= (0,-1,2,1) - \frac{2}{10}(-1,2,1,2) = (0.2,-1.4,1.8,0.6).$$

Vi multiplicerar $\bar{f}_2$ med 10, i syfte att få hela tal i basvektorerna.

SVAR: $\bar{e}_1 = (-1,2,1,2)$ och $\bar{e}_2 = (2,-14,18,6)$ utgör en ortogonalbas för L.

2. (ON-system) Hyperplanet π_1 består av de punker (x_1,x_2,x_3,x_4) i R^4 som satisfierar ekvationen $5x_1+2x_2+3x_3+4x_4=3$ och hyperplanet π_2 består av de punkter (x_1,x_2,x_3,x_4) i R^4 som satisfierar ekvationen $5x_1+2x_2+3x_3+4x_4=5$. Bestäm (kortaste) avståndet mellan π_1 och π_2.

Lösning. I den 4-dimensionella geometrin är $\bar{n} = (5,2,3,4)$ en normalvektor till bägge hyperplanen. Punkten $P = (0,0,1,0)$ tillhör π_1 och punkten $Q = (1,0,0,0)$ tillhör π_2, så avståndet mellan planen är längden hos projektionen av vektorn $\overline{PQ}$ på normalvektorn $\bar{n}$. Vi får nu

$$||\text{Proj}_{\bar{n}}(\overline{PQ})|| = ||\frac{(1,0,-1,0)\cdot(5,2,3,4)}{(5,2,3,4)\cdot(5,2,3,4)}(5,2,3,4)|| = ||\frac{2}{54}(5,2,3,4)|| = \frac{2}{54}\sqrt{54} = \frac{2}{3\sqrt{6}}$$

SVAR: Avståndet mellan hyperplanen är

$$\frac{2}{3\sqrt{6}}.$$