

Matematiska Institutionen  
KTH

**Några övningar inför lappskrivning nummer 5 på kursen linjär algebra II för D, SF1604, vt 15.**

- För en linjär avbildning  $A : R^3 \rightarrow R^3$  gäller att  $A(1, 0, 0) = (1, 2, 1)$ ,  $A(0, 1, 0) = (2, -1, 2)$  och  $A(0, 0, 1) = (1, 1, 1)$ .
  - Bestäm avbildningens matris relativt standardbasen.
  - Bestäm  $A(2, 1, 0)$ .
  - Bestäm  $A$ 's nollrum, med andra ord avbildningens kärna.
  - Bestäm  $A$ 's bildrum.
  - Givet basen  $\bar{f}_1 = (1, 1, 1)$ ,  $\bar{f}_2 = (1, 1, -1)$  och  $\bar{f}_3 = (1, -1, 0)$ . Bestäm avbildningens matris relativt denna bas.
- Låt  $A$  beteckna den linjära avbildning från  $R^3$  till  $R^3$  som består av först en spegling i planet  $x_1 + x_2 - 2x_3 = 0$  och därefter en projektion på planet  $2x_1 + x_2 + 2x_3 = 0$ .
  - Bestäm matrisen för denna linjära avbildning relativt standardbasen.
  - Bestäm avbildningens bildrum och nollrum.
- Om den linjära avbildningen  $A$  vet man att  $A(1, 2, -1) = (2, 2, 1)$ ,  $A(0, 1, 3) = (2, 1, 1)$  och  $A(1, 1, 1) = (1, 1, 0)$ . Bestäm den inversa avbildningens matris relativt standardbasen.
- Visa att avbildningen  $A$  från  $R^3$  till  $R^3$  definierad genom

$$A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_2 + x_3, 1 + x_3 + x_1) \quad (x_1, x_2, x_3) \in R^3$$

inte är linjär.

- Låt  $\mathcal{P}_3$  beteckna det vektorrum som består av polynom av grad högst tre. Derivering är en linjär avbildning  $D$  på detta rum. Bestäm avbildningen  $D$ 's matris relativt basen  $1, t, t^2$  och  $t^3$ .
- Låt  $\bar{v}_0$  vara en fix vektor i vanliga tredimensionella rummet och definiera en avbildning genom att
 
$$A\bar{u} = \bar{v}_0 \times \bar{u} .$$

Visa att avbildningen är linjär och bestäm avbildningens matris relativt standardbasen om  $\bar{v}_0 = (1, 1, 1)$ .
- Konstruera en linjär avbildning  $A$  från  $R^4$  till  $R^4$  sådan att  $A$ 's bildrum har dimension 2 och  $A \circ A$  avbildar alla vektorer på nollvektorn.
  - Visa att detta är omöjligt om  $A$  är en linjär avbildning från  $R^3$  till  $R^3$ .

**Lösningar** kommer förhoppningsvis ut på kurshemsidan senast några dagar före lappskrivningen.