KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	kodnr

Kontrollskrivning 1B, 14 april 2015, 15.15–16.15,
i SF1610 Diskret matematik för CINTE, CMETE mfl.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \ldots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p.
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	**falskt**
a) För varje naturligt tal n är elementet $n-1$ (multiplikativt) inverterbart i ringen $\mathbb{Z}_n$.		
b) För heltal $n \geq 2$ gäller att $n^2 - 1$ är ett primtal om och endast om $n = 2$.		
c) Om $\text{sgd}(a, b) = 1$ så är $\text{sgd}(a, a + b) = 1$		
d) Om $n \equiv 1 (\text{mod } 12)$ så är $n \equiv 1 (\text{mod } 3)$.		
e) En ekvivalensrelation $\mathcal{R}$ på mängden $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ kan ha fem element, dvs $\vert\mathcal{R}\vert = 5$.		
f) För varje mängd A gäller att mängden $A \setminus \emptyset$ är lika stor som mängden A.		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Skriv talet 89 på binär form.

b) (1p) Skriv upp alla (multiplikativt) inverterbara element i ringen $\mathbb{Z}_{20}$.

c) (1p) Bestäm $33^{512} \pmod{32}$.

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Lös ekvationssystemet nedan i ringen $\mathbb{Z}_{25}$:

$$\left\{ \begin{array}{rcrcl} x & + & 4y & = & 5 \\ 2x & + & 21y & = & 4 \end{array} \right.$$

OBS. En komplett lösning med fullständiga motiveringar skall ges.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Bestäm den största gemensamma delaren till de tre talen 308, 484 och 666.

OBS. En komplett lösning med fullständiga motiveringar skall ges.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) En talföljd $a_0, a_1, ...$ definieras rekursivt genom att $a_0 = 2$, $a_1 = 5$ och

$$a_n = 5a_{n-1} - 6a_{n-2},$$

för $n = 2, 3 \ldots$. Ge ett induktionsbevis för att $a_n = 2^n + 3^n$.

OBS. En komplett lösning med fullständiga motiveringar skall ges.