KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	kodnr

Kontrollskrivning 3A, 9 maj 2015, 10.15–11.15,
i SF1610 Diskret matematik för CINTE, CMETE mfl.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \ldots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p.
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

		sant	**falskt**
a)	Alla sidoklasser till en delgrupp H i en grupp G är lika stora.		
b)	I varje grupp $(G, \circ)$ har en ekvation $a \circ x = b$ precis en lösning för varje par av element $a, b \in G$.		
c)	Varje grupp har precis ett element vars ordning är 1.		
d)	En grupp med 31 stycken element har som delgrupper bara de två triviala delgrupperna.		
e)	Om $\psi\gamma$ är en jämn permutation så är $\gamma\psi$ också en jämn permutation.		
f)	Om elementet g i gruppen $(G, \circ)$ har ordning 51 så har elementet $g \circ g \circ g$ ordning 17.		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Ange ordnigen av elementet 4 i gruppen $(Z_{22}, +)$.

b) (1p) Komplettera följande tabell så det blir operationstabellen till en grupp:

$$\begin{array}{c|ccccc} \circ & e & a & b & c & d \\ \hline e & e & a & b & c & d \\ a & a & & c & & \\ b & b & & d & e & \\ c & c & & & & b \\ d & d & e & a & & \end{array}$$

c) (1p) Låt φ och ψ skrivna som produkter av disjunkta cykler vara

$$\varphi = (1\ \ 3\ \ 2)(5\ \ 6\ \ 4) \qquad \psi = (1\ \ 2\ \ 6\ \ 5)(4\ \ 3)$$

Är permutationen $\psi\varphi$ en udda eller en jämn permutation?

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Låt G beteckna gruppen $G = (Z_{15}, +)$. Bestäm delgrupper till G med 3 resp 5 element och ge en motivering, utifrån satser som diskuterats i kursen, varför G saknar en delgrupp med 4 element.

OBS. En komplett lösning med fullständiga motiveringar skall ges.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Låt G vara gruppen $G = (Z_{18}, +)$. Bestäm en sidoklass S till en delgrupp H till G som uppfyller följande tre specifikationer:

(1) 3 tillhör S,
(2) 0 tillhör inte S,
(3) $|S| > 1$.

OBS. En komplett lösning med fullständiga motiveringar skall ges.

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Betrakta gruppen $\mathcal{S}_7$ bestående av alla permutationer av elementen i mängden $\{1, 2, \ldots, 7\}$. Bestäm en delgrupp H till $\mathcal{S}_7$ sådan att H har 10 element och är Abelsk, dvs den kommutativa lagen $a \circ b = b \circ a$ gäller för alla element a, b i H.

OBS. En komplett lösning med fullständiga motiveringar skall ges.