

**KTH Matematik**  
Olof Heden

$\Sigma$ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	kodnr

**Kontrollskrivning 3B, 9 maj 2015, 10.15–11.15,  
i SF1610 Diskret matematik för CINTE, CMETE mfl.**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks  $n$  medför godkänd uppgift  $n$  vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år),  $n = 1, \dots, 5$ .

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.

**Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.**

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

**Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!**

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar  $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar  $-\frac{1}{2}$ p.

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

**Kryssa för** om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	falskt
a) I varje grupp $(G, \circ)$ har en ekvation $a \circ x = b$ precis en lösning för varje par av element $a, b \in G$ .		
b) Varje grupp har precis ett element vars ordning är 1.		
c) Alla sidoklasser till en delgrupp $H$ i en grupp $G$ är lika stora.		
d) Om elementet $g$ i gruppen $(G, \circ)$ har ordning 51 så har elementet $g \circ g \circ g$ ordning 17.		
e) Om $\psi\gamma$ är en jämn permutation så är $\gamma\psi$ också en jämn permutation.		
f) En grupp med 31 stycken element har som delgrupper bara de två triviala delgrupperna.		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

**2a)** (1p) Ange ordnigen av elementet 4 i gruppen  $(Z_{18}, +)$ .

**b)** (1p) Komplettera följande tabell så det blir operationstabellen till en grupp:

$\circ$	$e$	$a$	$b$	$c$	$d$
$e$	$e$	$a$	$b$	$c$	$d$
$a$	$a$	$c$			
$b$	$b$	$d$	$e$		
$c$	$c$			$b$	
$d$	$d$	$e$	$a$		

**c)** (1p) Låt  $\varphi$  och  $\psi$  skrivna som produkter av disjunkta cykler vara

$$\varphi = (1\ 3\ 2)(5\ 6\ 4\ 7) \quad \psi = (1\ 2\ 6\ 5)(4\ 3\ 7)$$

Är permutationen  $\psi\varphi$  en udda eller en jämn permutation?

Namn	poäng uppg.3

**3)** (3p) Låt  $G$  beteckna gruppen  $G = (\mathbb{Z}_{20}, +)$ . Bestäm delgrupper till  $G$  med 4 resp 5 element och ge en motivering, utifrån satser som diskuterats i kursen, varför  $G$  saknar en delgrupp med 6 element.

**OBS. En komplett lösning med fullständiga motiveringar skall ges.**

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Låt  $G$  vara gruppen  $G = (Z_{15}, +)$ . Bestäm en sidoklass  $S$  till en delgrupp  $H$  till  $G$  som uppfyller följande tre specifikationer:

- (1) 3 tillhör  $S$ ,
- (2) 0 tillhör inte  $S$ ,
- (3)  $|S| > 1$ .

**OBS. En komplett lösning med fullständiga motiveringar skall ges.**

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) Betrakta gruppen  $\mathcal{S}_7$  bestående av alla permutationer av elementen i mängden  $\{1, 2, \dots, 7\}$ . Bestäm en delgrupp  $H$  till  $\mathcal{S}_7$  sådan att  $H$  har 10 element och är Abelsk, dvs den kommutativa lagen  $a \circ b = b \circ a$  gäller för alla element  $a, b$  i  $H$ .

**OBS. En komplett lösning med fullständiga motiveringar skall ges.**