

Skrivningskod:   
Glöm den inte!

Om du vill:   
Lägg till tre bokstäver.

**KTH Matematik**  
Olof Heden

| $\Sigma$ p | G/U | bonus |
|------------|-----|-------|
|            |     |       |

| Efternamn | förnamn | pnr | årskurs |
|-----------|---------|-----|---------|
|           |         |     |         |

### Övningskontrollskrivning 3 till kursen SF1610 Diskret matematik.

Inga hjälpmedel tillåtna.

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

**Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!**

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar  $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar  $-\frac{1}{2}$ p.  
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)  
**Kryssa för** om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

|   | sant | falskt |
|---|------|--------|
| a) Sidoklasser till en och samma delgrupp $H$ till en grupp $G$ är lika stora.  |      |        |
| b) Mängden av permutationer av elementen i en given mängd bildar alltid en grupp.                                       |      |        |
| c) Det finns minst en grupp med 123 element   |      |        |
| d) Varje grupp har minst en cyklisk delgrupp.   |      |        |
| e) Lagranges sats säger att om $H$ delgrupp till $G$ så gäller att talet $ H $ delar talet $ G $ .                      |      |        |
| f) Om elementet $g$ i en grupp $G$ med gruppoperationen $\circ$ har ordning 20 så har elementet $g \circ g$ ordning 10. |      |        |

|                 |
|-----------------|
| poäng<br>uppg.1 |
|                 |

|      |                 |
|------|-----------------|
| Namn | poäng<br>uppg.2 |
|      |                 |

**2a)** (1p) Betrakta en grupp  $G$  med operationstabellen

|         |     |     |     |     |     |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|
| $\circ$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $f$ |
| $a$     | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $f$ |
| $b$     | $b$ | $c$ | $d$ | $f$ | $a$ |
| $c$     | $c$ | $d$ | $f$ | $a$ | $b$ |
| $d$     | $d$ | $f$ | $a$ | $b$ | $c$ |
| $f$     | $f$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |

Bestäm ett element  $x$  i  $G$  sådant att  $bx d = c$ .

**b)** (1p) Skriv nedanstående permutation  $\varphi$  som en produkt av disjunkta cykler:

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 5 & 7 & 6 & 1 & 4 & 8 \end{pmatrix}.$$

**c)** (1p) Skriv upp operationstabellen till gruppen  $(\mathbb{Z}_5, +)$ .

| Namn | poäng<br>uppg.3 |
|------|-----------------|
|      |                 |

**3)** (3p) Betrakta gruppen  $(\mathbb{Z}_{17} \setminus \{0\}, \cdot)$ . Avgör om denna grupp genereras av elementet 2.

| Namn | poäng<br>uppg.4 |
|------|-----------------|
|      |                 |

4) (3p) Låt  $\varphi = (1\ 3\ 2\ 4\ 5)$  och  $\gamma = (1\ 2\ 5)(3\ 4)$  vara permutationer på mängden  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Bestäm ordningen av elementet  $\varphi\gamma^2$ .

|      |                 |
|------|-----------------|
| Namn | poäng<br>uppg.5 |
|      |                 |

5) (3p) Bestäm en delgrupp med tre element till den grupp  $G$  som har nedanstående operationstabell (multiplikationstabell):

|         |     |     |     |     |     |     |
|---------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| $\circ$ | $e$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $f$ |
| $e$     | $e$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $f$ |
| $a$     | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $f$ | $e$ |
| $b$     | $b$ | $c$ | $d$ | $f$ | $e$ | $a$ |
| $c$     | $c$ | $d$ | $f$ | $e$ | $a$ | $b$ |
| $d$     | $d$ | $f$ | $e$ | $a$ | $b$ | $c$ |
| $f$     | $f$ | $e$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |