

## Läsanvisningar till kursen 5B1102→5B1103.

**Förkunskaper.** Godkänd på kursen Differential- och integralkalkyl I, 5B1102.

**Allmänt.** 5B1103 = fördjupad och utvidgad 5B1102. I förhållande till 5B1102 lägger man i 5B1103 större vikt vid förståelsen av de teoretiska momenten som ingår i kursen. Detta återspeglas i tentamen där en del av uppgifterna är av teoretisk karaktär.

### Viktiga moment del 1.

Funktionsbegreppet: graf av  $f(x + a)$  och  $f(ax)$  och liknande, sammansättning, inversfunktion, arcusfunktioner (grafer, triangelteknik).

Gränsvärden: –definition (enligt K3), ensidiga gränsvärden, aritmetiska lagar och olikheter, instängningsprincipen, speciella gränsvärden ( $\sin x/x$ ,  $a^x/x^b$ ,  $x^a/\ln x$ ,  $x^a \ln x$ ,  $(1 + x)^{1/x}$ ), gränsvärdet av en talföljd.

Kontinuitet: höger- resp vänsterkontinuerlig, föreställning “kontinuerlig = lokalt sammanhängande”, sats elementär  $f$  kontinuerlig, sats om mellanvärden, sats om största och minsta värde. Rekommenderas att K3 läses parallellt med kapitel 3.

Derivator: ensidiga derivator, derivata som lutning och fart, sats deriverbar kontinuerlig, föreställning “deriverbar = sammanhängande och slät”, aritmetiska deriveringsregler, kedjeregler, derivering av inversf, differential,  $dy/dx$  som ett bråk.

Tillämpning av derivator: Rolles sats, differentialekvalens medelvärdesats, monotonitetssats, lokala och globala extrempunkter, olikheter, tangent och normal till funktionsgraf/parameterkurva (hastighet och fart), krökning.

Linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter: Ekvationer av första och andra ordningen.

Integraler: Riemannsumma, föreställning “integral = generaliserad summa”, tolkning “integral = area”, sats kontinuerlig integrabel, integralkalkylens huvudsats, synsättet “integration = process omvänd till derivation”, räkneregler och olikheter, integralkalkylens medelvärdesats, sats om  $d/dx$ , integration av jämna/udda  $f$ , partiell integration, substitution, uppdelning i partialbråk, substitutioner vid  $\sqrt{a \pm bx^2}$ , substitution  $\tan x/2$ , generaliserade integraler.

Tillämpningar av integraler: Areor mellan funktionsgrafer, arear innanför parameterkurvor, båglängd av funktionsgrafer/parameterkurvor (föreställning “båglängd =  $\int$  fart  $\cdot$  väg”), rotationsvolym och rotationsareor för funktionsgrafer.

Taylorformel: Lagranges restterm, ordobegreppet och ordokalkyl, MacLaurinutvecklingar av  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $(1 + x)^a$ ,  $\ln(1 + x)$ , entydighetssats, MacLaurinutvecklingar och Taylorutvecklingar med ordorestterm, gränsvärden, feluppskattningar vid approximationer, asymptoter.

l'Hospitals regel (och Cauchys medelvärdesats).

Numeriska serier: Geometriska serier, sats om termer i en konvergent serie, sats om begränsade partialsummor, serier  $1/n^a$  och deras konvergens (divergens) visat med hjälp av uppskattningar med  $\int 1/x^a$ , majorantprincipen, jämförelseprincipen, kvotkriterium, Leibniz' kriterium, sats om absolut konvergens.

Konvergens av generaliserade integraler: Majorantprincipen, jämförelseprincipen, sats om absolut konvergens.

Potensserier: Sats om konvergensmängden, sats om konvergensraden m.h.a. kvot, sats om derivering och integration, potensserier som MacLaurinserier.

## Viktiga moment del 2.

Funktionsbegreppet: Exempel på  $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ , deras geometriska representation (graf, nivåkurva, nivåyta, vektorfält).

Topologiska grundbegrepp: Omgivning, inre p, yttre p, randp, öppen, slutet, begränsad, kompakt.

Gränsvärden och kontinuitet: –definition av gränsvärde, kontinuitet, sats elementär  $f$  kontinuerlig, kontinuerlig parameterkurva, sammanhängande mängd, sats om mellanvärden, sats om största och minsta värde.

Partiella derivator: Partiella derivator och deras tolkning, sats om blandade derivator.

Differentierbara funktioner: Föreställning "graf till en snäll  $f(x,y)$  är lokalt  $\approx$  ett plan = en konstant + en linjär funktion", differensformeln, differential, differentierbar  $f(x,y)$ -funktion, tangentplan till dess graf, föreställning "snäll  $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$  är  $\approx$  punkt + linjär funktion", differentierbar  $\mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^m$ -funktion, Jacobimatris, gradient.

Satser om differentierbara funktioner: differentierbar kontinuerlig, kontinuerliga derivator differentierbar, kedjeregeln, riktningsderivata, gradient som tillväxthastighet, gradient som normalvektor, transformationsräkning.

Implicita funktioner: Deras existens, inverser som ett specialfall av implicita funktioner.

Taylorformel: För  $f(x,y)$ -funktioner, kort om  $f(x,y,z)$ -funktioner, Lagranges restterm, ordrestterm, entydighetssatsen, gränsvärden, feluppskattningar vid approximationer.

Extremproblem: Lokala extrempunkter, nödvändigt villkor, tillräckligt villkor för  $f(x,y)$ , tillräckligt villkor (andra differential) för  $f(x,y,z)$ , globala extremvärden på kurvor/ytor, Lagranges multiplikator metod, globala extremvärden på kompakta/icke kompakta områden.

Dubbel- och trippelintegraler:  $\iint$  över axelparallella rektanglar,  $\iint$  över begränsade mängder, allmänna egenskaper, sats om iterationer i  $\iint$ , substitution i  $\iint$ , polära koordinater och deras användning vid beräkning av  $\iint$ , trippelintegraler, sats om iterationer i  $\iiint$ , substitution i  $\iiint$ , sfäriska och cylinderkoordinater och deras användning vid beräkning av  $\iiint$ , plana areor, volymer, areor av funktionsgrafer.

Generaliserade dubbelintegraler: Enkla områden där sats om iterationer kan användas. Sats om absolut konvergens.

Parameterkurvor i planet och rummet: Regulär (styckvis) kurva, tangent, hastighet fart, båglängd.

Ytor på parameterform: Regulära (lokalt) ytor, normalvektor, tangentplanet, area.

Linjeintegraler i planet: Linjeintegral med avseende på båglängd, linjeintegraler av vektorfält och deras beräkning genom övergång till enkelintegraler, Greens formel, konservativa fält, potentialfunktion, kriterier för konservativt fält, konservativt fält i ett enkelt sammanhängande område i planet, "lokalt" konservativa vektorfält.