

5B1104, Differential- och integralkalkyl I, del 1, för TIMEH2

Tentamen, lördag 12 mars 2005 kl 14.00–19.00.

Svara med motivering och mellanräkningar. Tillåtet hjälpmedel är formelsamlingen Beta. För betyg tre krävs minst 15 poäng på A-delen. För fyra eller femma ska man dessutom ha minst 9 resp. minst 15 poäng på B-delen. Under kursen har sju kontrollskrivningar/hemuppgifter givits, godkänt på någon av dessa räknas som 3 poäng på motsvarande uppgift i A-delen.

Skrivning	KS1	HU1	KS2	HU2	KS3	HU3	KS4
Uppgift	1	2	3	4	5	6	7

DEL A

- (3p) 1. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - x^3}{x - x^{17}}.$$

- (3p) 2. Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan

$$x^2 + xy + 2y^2 = 4$$

i punkten $(1, 1)$.

- (3p) 3. Bestäm största värdet för uttrycket

$$f(x) = \frac{e^{1+\sqrt{x}}}{e^x}.$$

- (3p) 4. Beräkna integralen

$$\int_0^3 \frac{\sqrt{x} dx}{1+x}.$$

- (3p) 5. En rotationsyta uppstår då kurvan $y = \frac{1}{3}x^3$, $1 \leq x \leq 2$, roterar kring x -axeln. Beräkna dess area.

- (3p) 6. Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$y' - \frac{2y}{x} = x$$

som uppfyller $y(1) = 3$.

- (3p) 7. Bestäm värdet av sjuttonde derivatan i origo för funktionen

$$f(x) = x^{10} \tan x.$$

Ledning: Använd MacLaurin och Beta.

- (3p) 8. Bestäm den antiderivata (primitiva funktion) $F(x)$ till

$$f(x) = \frac{3-x}{(x+1)(x^2+1)}$$

som uppfyller $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 0$.

DEL B

- (5p) 9. Beräkna värdet av följande generaliserade integral eller visa att den är divergent.

$$\int_0^{\infty} e^{-3x} \sqrt{17 - e^{-2x}} dx$$

- (5p) 10. Bestäm linjäriseringen av $f(x) = \arcsin x$ vid $x = 0.5$ och använd denna för att hitta ett närmevärde till $\arcsin(0.4)$. Ungefär hur stort är felet i detta närmevärde?

- (5p) 11. Beräkna längden av kurvan

$$y(x) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^x \sqrt{\cos t} dt$$

mellan $x = -\frac{\pi}{2}$ och $x = \frac{\pi}{2}$.

- (5p) 12. Karnevalens 17 meter höga väggreklam har underkanten en meter över ögonhöjd. Hur långt ifrån bilden ska man stå för att den ska uppta maximal synvinkel?

