

SF1600, Differential- och integralkalkyl I, del 1.
Tentamen, torsdagen den 29 maj 2008 kl 8.00–13.00.

Svara med motivering och mellanräkningar. Tillåtet hjälpmedel är Beta.

För betyg E krävs minst 15 poäng på A-delen.

Totalt 20p varav minst 15p på A-delen ger betyg D.

Totalt 25p varav minst 15p på del A och 5p på del B ger betyg C.

Totalt 30p varav minst 15p på del A och 10p på del B ger betyg B.

Totalt 35p varav minst 15p på del A och 15p på del B ger betyg A.

Under kursen har sju skrivningar getts och godkänd skrivning räknas som 3 poäng på motsvarande uppgift i A-delen. Följande tabell gäller:

Skrivning	KS1	HS1	KS2	HS2	KS3	HS3	KS4
Uppgift	1	3	4	7	6	5	8

DEL A

- (3p) 1. Funktionen $f(x)$ definieras som

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+a}{x-2}, & \text{om } x > 2; \\ x + b, & \text{om } x \leq 2. \end{cases}$$

Bestäm konstanterna a och b så att $f(x)$ blir kontinuerlig på hela reella axeln.

- (3p) 2. Bestäm ekvationen för den linjen som är normal till kurvan

$$x^3 + y^3 = 3xy + 3$$

i punkten $(1, 2)$.

- (3p) 3. Bestäm det minsta värdet som antas av funktionen

$$f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2+4}}$$

definierad på hela reella axeln. Antar $f(x)$ sitt största värde någonstans?

- (3p) 4. Räkna ut integralen

$$\int \arctan(\sqrt{x}) dx.$$

- (3p) 5. Ange Taylorpolynom av grad 2 kring punkten $x = 2$ till funktionen

$$f(x) = \ln(x^2 + 1)$$

- (3p) 6. Området begränsat av kurvan

$$y = \sqrt[4]{1-x^2}$$

och x -axeln roterar ett varv kring y -axeln. Bestäm volymen av erhållen rotationsskropp.

VÄND!

(3p) 7. Avgör om serien

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3n)!}{(n!)^3 4^{3n}}$$

är konvergent eller divergent.

(3p) 8. Lös differentialekvationen

$$y'' + 6y' + 10y = 0$$

tillsammans med begynnelsevillkor $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.

DEL B

(5p) 9. Bestäm antal reella lösningar till ekvationen

$$x^2 + \frac{2}{x} = a$$

beroende på parametern a .

(5p) 10. Kurvan

$$y = \int_0^x \sqrt{\cos t} dt, \quad \text{där } 0 \leq x \leq \pi/2$$

roterar ett varv kring y -axeln. Bestäm arean av den erhållna buktiga ytan.

(5p) 11. Visa att generaliserade integralen

$$\int_0^1 \frac{\sin(\ln x)}{\sqrt{x}} dx$$

konvergerar och bestäm dess värde.

(5p) 12. Räkna ut gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x \cdot \ln(\sqrt{x^2 + 2x} - x)).$$

(Ledning: byte av variabel $x = 1/t$ och MacLaurinsutvecklingar).

L Y C K A T I L L !