KTH Matematik
Lars Filipsson

**Tentamen i SF1602 Differential- och integralkalkyl II, del 1**
för CFATE 1 den 1 juni 2009 kl 8-13

Uppgifterna 1-3, Del A, svarar mot varsin ks och ska bara lösas om man inte är godkänd på motsvarande ks. Uppgifterna 4-7, Del B, är G-uppgifter och är tänkta att testa grundläggande kunskaper och färdigheter. Uppgifterna 8-11, Del C, är något mer avancerade och de poäng man samlar på dessa är VG-poäng som krävs för de högre betygen. Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 3 poäng per uppgift. Skriv tydliga lösningar med utförliga motiveringar. Inga hjälpmedel är tillåtna. Preliminära betygsgränser: A - 28 poäng varav minst 8 VG-poäng, B - 25 poäng varav minst 5 VG-poäng, C - 21 poäng varav minst 2 VG-poäng, D - 18 poäng, E - 17 poäng. FX - 15 poäng. Lycka till!

Del A: Uppgifter som motsvarar varsin ks

1. Finn alla reella tal $x$ i intervallet $-\pi \leq x \leq \pi$ som uppfyller ekvationen $\sin(2x+\pi) = -\sqrt{3}/2$.

2. Bestäm alla lokala extrempunkter till funktionen $f(x) = x^4 e^{-x^2}$ och skissa kurvan $y = f(x)$. Bestäm sedan också värdemängden till $f$.

3. Beräkna, med hjälp av partiell integration, integralen $\displaystyle\int_1^2 x^3 \ln x \, dx$.

Del B: G-uppgifter

4. En papperskorg ska tillverkas i form av en rektangulär låda utan lock och med kvadratisk bottenyta. Bestäm den maximala volymen av en sådan papperskorg med totala begränsningsytan 30 kvadratdecimeter.

5. Bestäm Maclaurinpolynomet (Taylorpolynomet kring origo alltså) av grad 2 till $f(x) = \sqrt{25+x}$ och bestäm med hjälp av detta polynom ett närmevärde till $\sqrt{26}$. Är absolutbeloppet av felet säkert mindre än $0,001$ ?

6. Lös begynnelsevärdesproblemet $y'' + y' - 6y = -18,\ y(0) = 3,\ y'(0) = 15$.

7. Enligt Hookes lag gäller när en fjäder sträcks ut eller trycks ihop att kraften är proportionell mot fjäderns längdändring. För en viss fjäder gäller att kraften 250 N svarar mot en längdändring av 5 cm. Bestäm det arbete som krävs för att tänja ut denna fjäder 10 cm från jämviktsläget. Tips: arbete är kraft gånger sträcka och även om kraften varierar kan den på ett litet intervall approximeras med en konstant. (Från Persson och Böiers.)

## Del C: VG-uppgifter

8. Bestäm alla primitiva funktioner till $e^{-\sqrt{x}}$.

9. Avgör om det är sant att $0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(1+\frac{1}{n})}{n^2} \leq 2$.

10. Formulera och bevisa integralkalkylens huvudsats.

11. Låt $h(x) = \frac{|x|-1}{x^2-1}$. I vilka punkter är $h$ kontinuerlig? Går det att utvidga $h$ till en funktion som är kontinuerlig i hela $\mathbb{R}$ ?