Institutionen för matematik
KTH

Tentamensskrivning på kursen Linjär Algebra I, 5B1128 och 5B1108, utgående kurs, onsdagen den 11 januari 2006 klockan 08.00-13.00.

Examinatorer: Olof Heden.

Tillåtna hjälpmedel: Inga.

Gränser: 16 poäng ger betyget tre, 22 poäng ger betyget fyra och 30 poäng ger betyget fem.
Övrigt: Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa.

PROBLEM:

1. (3p) Lös ekvationen
$$x^3 - x^2 + 3x + 5 = 0.$$

2. (3p) Bestäm samtliga egenvärden och egenvektorer till matrisen
$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

3. (3p) Bestäm samtliga lösningar till det linjära ekvationssytemet
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 4 \\ -x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 4 \end{cases}$$

4. (3p) Betrakta vanliga 3-dimensionella rymden med ett rätvinkligt koordinatsystem. Triangeln T har hörn i punkterna $(1, 2, 3)$, $(2, 1, 1)$ och $(3, 3, -1)$. Bestäm arean av triangeln T.

5. (3p) Låt $\mathbf{A}$ och $\mathbf{B}$ beteckna nedanstående matriser.
$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

   Lös matrisekvationen $\mathbf{XA} = \mathbf{B}$.

6. (4p) Bestäm avståndet mellan punkten $(1, 2, 1)$ och den räta linje som passerar genom punkterna $(1, 1, 1)$ och $(2, 1, 0)$.

V.G.V

7. (4p) Ange alla reella tal a för vilka matrisen A nedan är inverterbar.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & a-1 & 1 \\ 1 & 2 & a+1 \end{pmatrix}.$$

8. (4p) Låt π beteckna planet med ekvationen $x + y - 2z = 3$. Bestäm ekvationen för plan som ligger vinkelrätt mot detta plan och som innehåller punkterna $(1, 1, 1)$ och $(0, -1, 1)$.

9. (4p) Bestäm samtliga komplexa tal z som satisfierar ekvationen $\bar{z} = z^2$, där $\bar{z}$ betecknar konjugatet till z.

10. (4p) Om 3×3-matrisen $\mathbf{A}$ vet man att vektorerna $(1, 2, 1)$, $(2, 1, 0)$ och $(-1, 2, 1)$ är egenvektorer till $\mathbf{A}$. Dessutom vet man att $\mathbf{A}(8, -2, -2)^T = (14, 4, 0)$. Bestäm $\mathbf{A}(2, 1, 2)^T$.