

KTH Matematik

Tentamen i Matematik 1, 5B1115, för Bio, K och Media
måndagen den 8/1 2007, kl. 14.00 - 19.00.

Inga hjälpmedel tillåtna.

För betyg 3 (godkänt), 4 och 5 krävs minst 16, 22 respektive 30 poäng inklusive bonuspoäng.

Om 14p uppnås finns möjlighet att komplettera inom tre veckor. Kontakta i så fall kursledare. Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförliga motiveringar.

1. Lös ekvationen $\sqrt{8x^2 - 7} = 3x + 4$. (3p)

2. Bestäm $f'(x)$ då $f(x) = \frac{1}{2 + 3x}$, med hjälp av allmänna definitionen för derivata. (3p)

3. Bestäm gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x) - 2 \sin x}{x^2}$. (3p)

4. Visa att talet $5^n + 3$ är jämnt delbart med 4 för $n = 0, 1, 2, \dots$ (3p)

5. Bestäm största och minsta värdet av funktionen
 $g(x) = 3 \ln(3 + 2x) - 2 \ln(1 + 2x)$ på intervallet $0 \leq x \leq 2$. (3p)

V.g. vänd!

6. Bestäm volymen av den rotationskropp som uppstår då ytan definierad av $0 \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$, $2 \leq x$, roterar omkring x-axeln. (4p)
7. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' - 2y' + y = e^{2x}$, som uppfyller villkoren $y(0) = y'(0) = 0$ (4p)
8. Visa att $\ln \sqrt{x^2 + x + 1} + \frac{1}{2x} > 1$ för $x > 0$. (4p)
9. Visa att $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4 - x^3}} \leq \frac{\pi}{6} \leq \int_0^{\sqrt{3}/2} \frac{dx}{1 + 4x^4}$. (4p)
10. Bestäm det värde på $a > 1$ för vilket kurvorna $y = a^x$ och $y = {}^a \log x$ tangerar varandra i en punkt på linjen $y = x$. (4p)