

Institutionen för Matematik, KTH

Tentamen i Matematik 1 för I (5B1135), 8/1 2007

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Råd: Skriv lösningar med fullständiga meningar och utförliga motiveringar; förklara symboler som införs; formulera given information i början låt sedan varje följande steg i ditt resonemang bygga på vad du skrivit tidigare; avsluta med en slutsats i en fullständig mening. Kursbokens presentation är en förebild, men inte lärarens förkortade skrivsätt på tavlan.

Varning: Svar utan noggrann förklaring ger inga poäng.

Observera: Endast en av de två alternativa uppgift tre får lämnas in.

Tentamen har 10 uppgifter på två sidor. Sexton poäng med bonus räcker säkert för godkänt. Lycka till!

1. Lös ekvationen $\sqrt{8x^2 - 7} = 3x + 4$, för reella tal x . (3p)

2. Bestäm gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 2x) - 2 \sin x}{x^2}$. (3p)

3. Bestäm $f'(x)$ då $f(x) = \frac{1}{2 + 3x}$, med hjälp av allmänna definitionen för derivata. (3p)

Alternativ uppgift 3. Visa med hjälp av gränsvärdets definition att $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-x} = 0$. (3p)

4. Visa att talet $5^n + 3$ är jämnt delbart med 4 för $n = 0, 1, 2, \dots$. (3p)

5. Bestäm största och minsta värdet av funktionen $g(x) = 3 \ln(3 + 2x) - 2 \ln(1 + 2x)$ på intervallet $0 \leq x \leq 2$. (3p)

6. Bestäm volymen av den rotations kropp som uppstår då ytan definierad av

$$0 \leq y \leq \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}, \quad 2 \leq x \quad ,$$

roterar omkring x-axeln.

(4p)

7. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' - 2y' + y = e^{2x}$, som uppfyller villkoren $y(0) = y'(0) = 0$.

(4p)

8. En orienterare står vid en cirkulär sjö och vill ta sig till punkten tvärs över sjön. Hon simmar med farten 1 och springer med farten $3/2$. Vad är snabbaste sättet att ta sig dit av alla kombinationer av att först springa en godtycklig bit och sedan därifrån simma till punkten? (4p)

9. Bestäm det värde på $a > 1$ för vilket kurvorna $y = a^x$ och $y = {}^a\log x$ tangerar varandra i en punkt på linjen $y = x$.

(4p)

10. Formulera och bevisa Maclaurins formel för funktioner med kontinuerliga derivator upp till tredje ordningen.

(4p)