

Tentamensskrivning

SF1608 (5B1115, 5B1135), Matematik I
SF1654 Webbaserad kurs i envariabelanalys

2009-01-13, kl 14:00-19:00

Skriv namn och födelsenummer på varje blad. Endast en uppgift per blad. För betyg E (godkänt), D, C, B och A, krävs preliminärt 16, 19, 22, 26 respektive 30 poäng inklusive bonuspoäng. Samtliga behandlade uppgifter ska förses med utförlig lösning och motivering. Inga hjälpmedel!

1) Bevisa att

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2 \quad (3p)$$

för alla naturliga tal $n \in \mathbb{N}$.

2) Beräkna

$$\int_2^3 \frac{dx}{x^2 - 2x + 3/4} \quad (3p)$$

3) Bestäm Taylorutvecklingen av tredje ordningen (kring 0) av

$$f(x) = \sin x \cdot \cos x \quad (3p)$$

4) Beräkna

$$\int_1^2 e^{\sqrt{x}} dx \quad (3p)$$

5) Bestäm

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}{x^2 + 4x + 4} \quad (3p)$$

6) Beräkna längden av kurvan som beskrivs med hjälp av parametriseringen

$$\begin{cases} x(t) = \sin\left(\frac{2t^2}{\pi}\right) \\ y(t) = \cos\left(\frac{2t^2}{\pi}\right) \end{cases}, \quad t \in [0, \pi] \quad (4p)$$

7) Bestäm den allmänna lösningen till

$$y'' + 4y' - 5y = e^x + \sin x \quad (4p)$$

8) Är funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases} \quad (4p)$$

differentierbar?

9) Låt en cylinderformad burk ha den totala arean A . Givet A , maximera burkens volym V genom att välja burkens höjd.

(4p)

10) Med hjälp av ansatsen $y(x) = x^a$, bestäm den lösning till differentialekvationen

$$8y + 9x^2y'' = 9xy'$$

som uppfyller

$$y(1) = 1, \quad \int_1^\infty \frac{y(x)}{x^2} dx < \infty \quad (4p)$$

Lycka till!