

Tentamen i kursen SF1608 (5B1115, 5B1135) Matematik I
Fredagen den 15 januari 2010 kl 1400-1900.

För godkänt betyg (E) krävs minst 15 poäng.

De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.

För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng. Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

1. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x(1 - \cos x)}$. (3p)
2. Bestäm de lokala extrempunkterna till funktionen $f(x) = xe^{-4x}$, $x \geq 0$ och avgör deras karaktär. Bestäm också funktionens värdemängd. (3p)
3. Bestäm alla funktioner vars derivata är $\frac{x}{(1-x)^3}$. (3p)
4. Beräkna volymen av den rotationskropp som uppstår då området som ges av $0 \leq y \leq \sqrt{x} \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$ roterar kring x -axeln. (3p)
5. Beräkna integralen $\int_0^{\infty} \frac{x}{(x^2 + 3)^2} dx$. (3p)
6. Lös begynnelsevärdesproblemet $y'' - 2y' + 4y = 13 \sin x$, $y(0) = y'(0) = 0$. (4p)
7. Använd ett Maclaurinpolynom (Taylorpolynom kring origo) av grad 3 till en lämpligt vald funktion för att beräkna ett närmevärde till $\frac{1}{\sqrt{e}}$. Felets storlek behöver ej utredas. (4p)
8. Visa olikheten $4 \ln(x+1) + \frac{x}{x+1} > \ln(x^2 + 1)$, $x > 0$. (4p)

9. En myra rör sig med farten 1 längdenhet per sekund längs kurvan $y = f(x)$ där $f(x) = \int_0^x \sqrt{\cos^4(t) \sin^2(t) - 1} dt$. Hur lång tid tar det för myran att passera den del av kurvan som bestäms av $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$? (4p)
10. Vilken är den största area en rätvinklig triangel med omkretsen 2 cm kan ha? (4p)

