

Tentamen i kursen SF1608 (5B1115, 5B1135) Matematik I
Onsdagen den 2 juni 2010 kl 0800-1300.

För godkänt betyg (E) krävs minst 15 poäng.

De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.

För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng. Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

1. Använd induktion för att visa att $\sum_{k=1}^n (4k+1) = n(2n+3)$ för alla heltal $n \geq 1$. (3p)

2. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos 3x}$. (3p)

3. Bestäm det största och det minsta värde som antas av funktionen $f(x) = (x+1)^2 e^{-x}$, $-2 \leq x \leq 2$. Ledning: $e > 2$. (3p)

4. Beräkna integralen $\int_0^1 \frac{dx}{(\sqrt{x}+1)^2}$. (3p)

5. Beräkna volymen av den rotations kropp som bildas då området som begränsas av kurvan $y = xe^{-x}$, linjen $x = 2$ och x -axeln roterar kring x -axeln. (3p)

6. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' + y = 4x + 10 \sin x$ som uppfyller villkoren $y(\pi) = 0$, $y'(\pi) = 2$. (4p)

7. Betrakta funktionen $f(x) = \arcsin(2x^2 - 1) + 2 \arccos x$, $0 \leq x \leq 1$. Visa att funktionen är konstant på intervallet och bestäm detta värde. (4p)

8. Avgör om serien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n \sqrt{n+3}}$ är konvergent eller divergent. (4p)

9. Avgör om den generaliserade integralen $\int_0^{\infty} \frac{dx}{x^2 + \sqrt{x}}$ är konvergent eller divergent. (4p)

10. En tråds vänstra ände är festsatt i origo. Bestäm trådens högra fästpunkt om trådens längd är 1 längdenhet och dess lutning i punkten (x, y) är $\sqrt{e^{2x} - 1}$. (4p)