

**Tentamen i kurserna SF1608 (5B1115,5B1135) Matematik I.
Torsdagen den 13 januari 2011 kl 1400-1900.**

För godkänt betyg (E) krävs minst 15 poäng.

De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.

För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng. Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

1. Använd induktion för att visa att $\sum_{k=1}^n k(3k-1) = n^2(n+1)$ för alla heltal $n \geq 1$. (3p)

2. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \ln(x+1)}{e^x - x - 1}$. (3p)

3. Beräkna integralen $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx$. (3p)

4. Bestäm och klassificera alla lokala extrempunkter till funktionen $f(x) = \frac{x+1}{x(x-3)}$, $\frac{1}{2} \leq x \leq 2$. (3p)

5. Beräkna den generaliserade integralen $\int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$. (3p)

6. Beräkna integralen $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x)^2(1+x^2)}$. (4p)

7. Beräkna volymen av den rotations kropp som uppstår då området mellan parablerna $y = x^2$ och $y = 8 - x^2$ roterar kring x -axeln. (4p)

8. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen $y'' + 3y' + 2y = xe^{-x}$. (4p)

9. Visa olikheten $\ln x > 2 \frac{x-1}{x+1}$ då $x > 1$. (4p)

10. Visa att funktionen $f(x) = 2 \arcsin(2x) + \sqrt{1 - 4x^2}$ är inverterbar.
Bestäm definitionsområdet för den inversa funktionen $f^{-1}(x)$ och
beräkna $(f^{-1})'(1)$.

(4p)