

Tentamen i Matematik II, 5B1116, för Bio och K
 samt 5B1136 för I,
 torsdagen den 7 juni 2007, kl.8 - 13.

Inga hjälpmedel tillåtna.

För betyg 3 (godkänt), 4 och 5 krävs minst 16, 22 respektive 30 poäng inklusive bonuspoäng.

Om 14p uppnås finns möjlighet att komplettera inom tre veckor. Kontakta i så fall kursledare. Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförliga motiveringar.

1. Visa att linjerna $\bar{r} = (1, 2, -1) + t(1, 1, 0)$ och $\bar{r} = (-1, 2, 3) + t(-1, 0, 2)$ skär varandra i punkten $(1, 2, -1)$. Bestäm dessutom ekvationen för det plan som de båda linjerna ligger i. (3p)
2. Bestäm riktningsderivatan för funktionen $u(x, y, z) = \ln(2x^2 + 3y^2 + z)$ i punkten $(2, -2, 1)$ i riktning mot origo. (3p)
3. Visa att funktionen $v(x, y) = f(y - x^2)$ uppfyller den partiella differentialekvationen $v''_{xx} = 4x^2 v''_{yy} - 2v'_y$.
 (f antas vara två gånger kontinuerligt deriverbar). (3p)
4. Visa att $(1, 1)$ är en stationär punkt för funktionen
 $F(x, y) = x^3 - 2y^3 + xy - 4x + 5y$. Bestäm den stationära punktens karaktär. (3p)
5. Bestäm inversen till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

Lös dessutom med hjälp av inversmatrisen det linjära ekvationssystemet

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}. \quad (3p)$$

V.g. vänd!

6. I ett ortogonalt koordinatsystem införs de nya basvektorerna $\bar{f}_1 = \frac{1}{5}(4, 3)$ och $\bar{f}_2 = \frac{1}{5}(-3, 4)$. Bestäm ekvationen i det nya koordinatsystemet för den kurva som i gamla systemet har ekvationen $y = x^2$.
Använd variablerna u och v i det nya systemet. (4p)
7. Bestäm största och minsta avståndet från origo till en punkt på kurvan $16x^4 + y^4 = 1$. (4p)
8. Visa att ekvationerna $x^2 + y^2 + z^2 + u^2 = 4$ och $x + 2y - 3z + u = 1$ implicit definierar z och u som differentierbara funktioner av x och y i en omgivning av punkten $(1, 1, 1, 1)$. Bestäm dessutom $z'_x(1, 1)$ och $u'_x(1, 1)$. (4p)
9. Avgör vilken sorts yta som definieras av ekvationen $x^2 + 2y^2 + 4z^2 + 4xz + 2x - z = 1$ genom att transformera ekvationen till huvudaxelform. Visa ytans typ exempelvis med en grov skiss. (4p)
- 10.
- a. Visa att om den kvadratiske matrisen A är symmetrisk, så är också A^2 symmetrisk. (2p)
 - b. Visa att om den kvadratiske matrisen A har egenvärdet λ så har A^2 egenvärdet λ^2 . (2p)
- Ovanstående skall visas för en allmän $n \times n$ -matris A .
Matrisrelationen $(AB)^T = B^T A^T$ får användas utan bevis.

LYCKA TILL!