

Institutionen för Matematik
KTH
Kirsti Mattila

Tentamensskrivning, Matematik II för Media, SF1609

Måndagen den 17 december 2007, kl 8.00-13.00.

Preliminära betygsgränser för E, D, C, B och A är 18, 22, 26, 32 och 36 poäng.
Inga hjälpmedel är tillåtna.

.....

1. Bestäm tangentplanet till ytan $x^2 - x - y^3z = 0$ i punkten $(2, -1, -2)$. (3p)

2. Ange en bas eller en ortogonal bas i rummet som består av två vektorer som är parallella med planet $5x - 2y + z = 0$ och en vektor som är ortogonal mot planet. (bas 2p, ortogonal bas 3p)

3. Antag att $T : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$ är en linjär avbildning sådan att $T(1, 1) = (2, 7)$ och $T(-1, 2) = (7, -1)$. Bestäm T 's matris i standardbasen. (3p)

4. Kan konstanten a väljas så att linjerna

$$l_1 : \begin{cases} x = 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 - 3t \end{cases} \quad \text{och} \quad l_2 : \begin{cases} x = 1 - t \\ y = at \\ z = -t \end{cases}$$

skär varandra? (3p)

5. Bestäm det största och det minsta värde som funktionen $f(x, y) = y(x - 3)$ antar i området $x^2 + y^2 \leq 9$. (4p)

6. Antag att funktionen $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ är differentierbar. Visa att funktionen $g : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$, som definieras genom $g(u, v) = f\left(\frac{v}{u}, \frac{u-v}{v}\right)$ om $u \neq 0$ och $v \neq 0$, uppfyller ekvationen $uD_1g + vD_2g = 0$. (4p)

v.g. vänd

7. Sök de kritiska (=stationära) punkterna till funktionen

$$f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 2$$

och undersök om de är lokala extrempunkter. (4p)

8. a) För vilka värden av konstanterna a och b har ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + ay = 2 \\ 3x + 6y = b \end{cases}$$

(i) ingen lösning (ii) precis en lösning (iii) oändligt många lösningar?

b) För vilka värden av konstanten c har ekvationssystemet

$$\begin{cases} x - y + 2z = 4 \\ 3x + cy - z = 2 \end{cases}$$

(i) ingen lösning (ii) precis en lösning (iii) oändligt många lösningar? (5p)

9. Kurvan

$$\mathbf{r}(t) = (t^4, 2 - t^3, 1 - 3t^2)$$

och ellipsoiden $4x^2 + y^2 + 3z^2 = 25$ skär varandra i punkten $(1, 3, -2)$. Visa att kurvan är i skärningspunkten vinkelrät mot ellipsoiden. (5p)

10. Låt $A = \begin{pmatrix} 19 & 18 \\ -27 & -26 \end{pmatrix}$.

a) Bestäm en diagonalmatris D och en inverterbar matris P så att $P^{-1}AP = D$. (3p)

b) Bestäm en matris B sådan att $B^3 = A$. (3p)
