

Tentamensskrivning, Matematik II för Media, SF1609

Onsdagen den 4 juni 2008, kl 8.00-13.00.

Preliminära betygsgränser för E, D, C, B och A är 18, 22, 26, 32 och 36 poäng.
Inga hjälpmedel är tillåtna.

.....

1. a) I vilken riktning växer funktionen $f(x, y) = x^2 + \sin(xy)$ snabbast i punkten $(1, 0)$?
b) Vad är det största värdet av riktningsderivatan i punkten $(1, 0)$? (3p)

2. Låt π_a vara planet $x + 2y + 3az - 5 = 0$ och låt l vara linjen

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = 5t \end{cases}$$

där a är en konstant.

- a) Bestäm i förekommande fall de a -värden för vilka planet π_a och linjen l är parallella.
b) Bestäm i förekommande fall de a -värden för vilka linjen ligger i planet. (3p)

3. Bestäm matrisen till den linjära avbildning som projicerar vektorerna i planet ortogonalt på linjen $y - 3x = 0$. (3p)

4. Vektorerna $(1, -1)$ och $(1, 2)$ är egenvektorer till en matris A och motsvarande egenvärden är 3 och -1 . Bestäm matrisen A . (3p)

5. Bestäm det största och det minsta värde som funktionen $f(x, y) = x^2 - 2xy + y$ antar i området $x^2 \leq y \leq 1$. (4p)

v.g. vänd

6. Antag att funktionen $f : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$ har kontinuerliga partiella derivator. Låt $g(x, y) = f(u, v)$ där $u = x^2 - y^2$ och $v = xy$. Visa att

$$xD_1g + yD_2g = 2uD_1f + 2vD_2f$$

(dvs. $x\frac{\partial g}{\partial x} + y\frac{\partial g}{\partial y} = 2u\frac{\partial f}{\partial u} + 2v\frac{\partial f}{\partial v}$.)

(4p)

7. Låt $f(x, y) = x^4 + 3xy^2 + y^2$.

a) Bestäm alla kritiska (=stationära) punkter till f .

b) Undersök karaktären av minst två av de kritiska punkterna (dvs. undersök om de är lokala extrempunkter).

(5p)

8. Antag att k är en konstant och A är matrisen $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 2 & k & 2 \end{pmatrix}$. Lös ekvationssystemet $AX = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ för olika värden av k .

(5p)

9. Kan matriserna

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ resp. } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

diagonaliseras?

(5p)

10. a) Visa att ekvationen $x^2 - ze^{x+y+z} = 0$ definierar i en omgivning av origo en yta $z = f(x, y)$.

b) Bestäm ekvationen för ytans tangentplan i origo.

(5p)
