Institutionen för Matematik
KTH
Kirsti Mattila

Tentamensskrivning, Matematik II för Media, SF1609

Måndagen den 8 juni 2009, kl 8.00-13.00

Preliminära betygsgränser för E, D, C, B och A är 18, 22, 26, 32 och 36 poäng.
Inga hjälpmedel är tillåtna.

. . . .

1. En partikel rör sig i rummet. Dess läge vid tidpunkten t är $r(t) = (\cos t, 3\sin t, 3t)$. Bestäm partikelns läge när dess fart är 4 och $0 < t < \pi$. (3p)

2. Visa att om matrisen A är diagonaliserbar, så är också A^2 diagonaliserbar. Matrisen A antas vara en kvadratisk $n \times n-$matris. (3p)

3. Bestäm de lokala extrempunkterna och deras karaktär för funktionen $f(x, y) = 6x^2 - x^3 + 6xy + 3y^2$. (4p)

4. Bestäm matrisen för den linjära avbildning som projicerar ortogonalt vektorerna i rummet på linjen $x = t, y = -t, z = 2t$. (3p)

5. Bestäm det största och det minsta värde som funktionen $f(x, y) = x^3 + y^3$ antar i triangeln som bestäms av olikheterna $x + y \geq 5$, $y \leq 2$ och $x \leq 5$. (4p)

6. Bestäm de partiella derivatorna $D_1 f$ och $D_2 f$ då $f(x, y) = g(x^2 - y, y^2 - x)$ och g är en funktion med kontinuerliga partiella derivator av första ordningen. (4p)

7. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y + 2z + u = 0 \\ x - z + 3u = 0 \\ 2x + ay + 7z = 0 \end{cases}$$

för varje värde på konstanten a. (4p)

v.g. vänd

8. a) Är den kvadratiska formen $Q(x, y, z) = x^2 + 4xz + 2y^2 + 12yz + 22z^2$ positivt definit?
b) Diagonalisera den kvadratiska formen $q(x, y) = 2x^2 + 4xy + 5y^2$. (5p)

9. Punkten $(-1, \sqrt{2}, 2)$ uppfyller ekvationen $xy^2 - 3x^2z + z^3 = 0$.
a) Visa att ekvationen definierar en yta $z = f(x, y)$ i en omgivning av punkten $(-1, \sqrt{2})$.
b) Beräkna de partiella derivatorna $D_1 f(-1, \sqrt{2})$ och $D_2 f(-1, \sqrt{2})$. (5p)

10. Bestäm alla de punkter på ytan $z = x^2y - 4y^3$ där tangentplanet är parallellt med planet $2x + y - z = 0$. (5p)