KTH Matematik

Tentamen i kursen SF1609 (5B1116, 5B1136) Matematik II .
Tisdagen den 24 augusti 2010 kl 1400-1900.

För godkänt betyg (E) krävs minst 15 poäng.
De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.
För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng.
Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Linjär algebra

1. Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & a \end{bmatrix}$ och $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \\ a & 0 \end{bmatrix}$. Undersök om det finns något värde på den reella konstanten a för vilket matrisen AB^T är inverterbar. (3p)

2. En linje som passerar genom punkterna (1,-2,3) och (2,3,-2) skär planet $2x+3y+4z=-1$. Bestäm skärningspunktens koordinater. (3p)

3. Avgör vilka av vektorerna (0,1,1) , (1,3,2) , (2,1,1) och (0,3,-1) som är egenvektorer till matrisen
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$
Är matrisen diagonaliserbar? Motivera! (3p)

4. Låt A vara matrisen $\begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$. Bestäm en matris P sådan att $P^{-1}AP$ är diagonal. Använd sedan detta för att beräkna matrisen A^7. (4p)

5. Bestäm avståndet från punkten (1,0,1) till skärningslinjen mellan planen $x+y-z+1=0$ och $y+z-2=0$. (4p)

Flervariabelanalys

6. Bestäm en ekvation för tangentplanet i punkten (1,2,3) till ytan
$$2xy+\frac{z}{x}+\ln(z-y)=7 \ .$$ (3p)

VGV

7. Bestäm det minsta värde som riktningsderivatan av funktionen $f(x,y) = 2\sqrt{3x - y}$ i punkten $(1,2)$ kan anta. Ange också i vilken riktning det minsta värdet antas. (3p)

8. Bestäm största och minsta värdet av funktionen $f(x,y) = xy$ i det område som bestäms av olikheterna $x^2 + 4y^2 \leq 200$ och $y \geq 7$. (4p)

9. Visa att ekvationen $x + y + z = \sin xyz$ definierar z som en funktion $z = f(x,y)$ i en omgivning av origo så att $f(0,0) = 0$. Beräkna $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$ och $\frac{\partial f}{\partial y}(0,0)$ och bestäm en normalvektor till ytan $z = f(x,y)$ i origo. (4p)

10. Undersök om funktionen $f(x,y,z) = \frac{x^2}{2} + \frac{y^4}{4} + \frac{z^6}{6} - xyz$ har ett lokalt extremvärde i punkten $(1,1,1)$. (4p)