

**Tentamen i kursen SF1609 (5B1116, 5B1136) Matematik II .
Tisdagen den 11 januari 2011 kl 0800-1300.**

För godkänt betyg (E) krävs minst 15 poäng.

De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.

För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgrensarna 19, 23, 27 resp 31 poäng. Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Linjär algebra

1. Visa att matrisen $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & a & a \\ a & 1 & 1 \end{bmatrix}$ är inverterbar för alla värden på det reella talet a . Beräkna även inversen då $a = 0$. (3p)

2. Bestäm ekvationen för det plan som innehåller punkterna $(2,0,-1)$, $(1,1,2)$ och $(3,1,-2)$. Beräkna också vinkeln mellan planet och linjen $(x, y, z) = (-3,1,-1) + t(1,1,2)$, $-\infty < t < +\infty$. (3p)

3. Avgör om mängden $S = \{(1,1,2), (1,0,3), (2,3,2), (3,5,19)\}$ är linjärt beroende eller linjärt oberoende. Kan vektorn $(0,1,0)$ uttryckas som en linjärkombination av vektorerna i S ? (3p)

4. Låt $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & a \\ 4 & 7 & a(a+1) \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ där a är ett reellt tal. För vilka värden på a är A diagonaliserbar? Finns det något värde på a sådant att A är ortogonalt diagonaliserbar? (4p)

5. Avgör vilken typ av kägelsnitt (conic) som beskrivs av ekvationen $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 10x + 70y - 75 = 0$. Roter och translatera koordinatsystemet så att kurvan hamnar på huvudaxelform (standard position). Ange formlerna för de koordinatbyten som görs samt kurvans ekvation i det slutliga koordinatsystemet. (4p)

Flervariabelanalys

6. Bestäm det största värde riktningsderivatan av funktionen $f(x, y) = xy - 5 \ln(x + y^2)$ i punkten $(1, 2)$ kan anta. (3p)
7. Bestäm de kritiska punkterna till funktionen $f(x, y) = x^3 + 6xy + 3y^2 - 9x$ och avgör deras karaktär. (3p)
8. Bestäm största och minsta värdet av funktionen $f(x, y) = y(x - 3)$ i det område som bestäms av olikheten $x^2 + y^2 \leq 9$. (4p)
9. Ekvationen $x^3 + y^3 + z^3 + xz + 5y = 9$ definierar i en omgivning av punkten $(1, 1)$ en funktion $z = f(x, y)$ sådan att $f(1, 1) = 1$. Beräkna riktningsderivatan av f i punkten $(1, 1)$ i den riktning som ges av vektorn $(4, 3)$. (4p)
10. För vilka värden på konstanten a har funktionen $f(x, y) = (4x^2 + axy + y^2)(x + a)$ ett lokalt extremvärde i origo? Ange också extrempunktens karaktär. (4p)

