KTH Matematik

Tentamen i kursen SF1609 (5B1116, 5B1136) Matematik II .
Tisdagen den 23 augusti 2011 kl 1400-1900.

För godkänt betyg (E) krävs minst 15 poäng.
De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.
För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng.
Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Linjär algebra

1. Lös ekvationssystemet $\begin{cases} x+\ \ y+\ \ z+\ \ w=1 \\ x+2y+3z+4w=5 \\ 3x+4y+5z+6w=7 \end{cases}$ (3p)

2. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller de båda linjerna
$(x,y,z)=(3,-5,1)+t(2,-2,4)$, $-\infty<t<+\infty$ och
$(x,y,z)=(1,3,1)+t(-1,1,-2)$, $-\infty<t<+\infty$. (3p)

3. Bestäm alla egenvärden och motsvarande egenvektorer till matrisen
$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$. Avgör också om matrisen är diagonaliserbar. (3p)

4. Beräkna det kortaste avståndet från punkten $P(3,1,-1)$ till planet $2x+y-z=6$. Bestäm också koordinaterna för den punkt Q på planet som ligger närmast P . (4p)

5. För vilka värden på det reella talet a är de tre vektorerna $(1,4,1,3)$, $(1-a,0,1,1)$ och $(2,6-a,0,2)$ linjärt oberoende i $\mathbf{R}^4$? (4p)

Flervariabelanalys

6. Bestäm en ekvation för tangentplanet till ytan $z+xy^2z^3=10$ i punkten $(1,-1,2)$. (3p)

VGV

7. Beräkna riktningsderivatan av funktionen $f(x,y)=\dfrac{x+6y}{x+y}$ i punkten $(1,0)$ i den riktning som ges av vektorn $(4,3)$. Finns det någon riktning i vilken riktningsderivatan i punkten $(1,0)$ antar värdet 6 ? (3p)

8. Bestäm största och minsta värdet av funktionen $f(x,y)=x^2-xy+y^2$ i det begränsade område som bestäms av olikheterna $x^2+y^2\leq 4$, $x\geq 0$ och $y\geq x-2$. (4p)

9. Låt $z(x,y)=xyf(t)$ där $t=t(x,y)=\dfrac{y}{x}$ och f är en två gånger deriverbar funktion. Visa att $x\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+y\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}-\dfrac{\partial z}{\partial x}=0$. (4p)

10. En yta definieras av ekvationen $2xyz-z^3=16$. Undersök om ytan kan uppfattas som grafen till en kontinuerligt deriverbar funktion $z=z(x,y)$ i en omgivning till punkten $(5,2,4)$. Utför samma undersökning för punkten $(2,3,2)$ och bestäm, i förekommande fall, de partiella derivatorna $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ och $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ i respektive punkt. (4p)