

**Tentamen i kursen SF1609 (5B1116, 5B1136) Matematik II .
Lördagen den 28 januari 2012 kl 0900-1400.**

För godkänt betyg (E) krävs minst 15 poäng.

De som uppnår 13 eller 14 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.

För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 19, 23, 27 resp 31 poäng. Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Linjär algebra

1. För vilka värden på det reella talet a har ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 3x - y + 5z = 2 \\ 4x + y + (a^2 - 14)z = a + 2 \end{cases}$$

ingen lösning, en lösning resp oändligt många lösningar? (3p)

2. Visa att vektorerna $(1,1,2)$, $(2,1,3)$ och $(1,2,0)$ duger som bas i \mathbf{R}^3 och bestäm koordinatvektorn för vektorn $(2,-1,4)$ i denna bas. (3p)

3. Bestäm alla egenvärden och motsvarande egenvektorer till matrisen

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}. \text{ Är matrisen diagonaliserbar?} \quad (3p)$$

4. Bestäm konstanterna a och b så att linjen $(x, y, z) = (a, 1, -1) + t(3, 1, b)$, $-\infty < t < +\infty$ ligger i det plan som går genom punkterna $(0, 1, -2)$, $(3, 0, -1)$ och $(2, 1, 0)$. (4p)

5. Avgör vilken typ av kägelsnitt (conic) som beskrivs av ekvationen $7x^2 - 48xy - 7y^2 + 50x + 100y + 8 = 0$.
Roter och translatera koordinatsystemet så att kurvan hamnar på huvudaxelform (standard position). Ange formlerna för de koordinatbyten som görs och kurvans ekvation i det slutliga koordinatsystemet. (4p)

Flervariabelanalys

6. Undersök om funktionen $f(x, y) = \frac{(x+y)^2}{x^2 + y^2}$ har ett gränsvärde då $(x, y) \rightarrow (0,0)$. (3p)
7. I vilken riktning, utgående från punkten $(1,0)$, växer funktionen $f(x, y) = \arctan(x+y) + e^{xy}$ snabbast? (3p)
8. Bestäm största och minsta värdet av funktionen $f(x, y) = 2x^3 - xy^2$ i området $x^2 + y^2 \leq 9$. (4p)
9. Låt $g(x, y) = f(u(x, y))$ där $u(x, y) = x^2 + xy + y^2$ och f är en två gånger deriverbar funktion för vilken gäller att $f'(3) = 1$ och $f''(3) = 2$. Beräkna $\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}(1,1)$. (4p)
10. Låt $F(x, y) = x^2 + xy + y^2 - x + 2y + 2$.
- Visa att ekvationen $F(x, y) = 0$ i en omgivning till punkten $x=1$ definierar en funktion $y = f(x)$ så att $f(1) = -1$. (1p)
 - Bestäm Taylorpolynomet av grad 2 till $f(x)$ kring punkten $x = 1$. (2p)
 - Avgör om $f(x)$ har ett lokalt extremum i punkten $x = 1$. (1p)

