

Tentamenskrivning, 2007-01-11, kl. 13.00-19.00
5B1117, matematik III för E och ME (6p)

Preliminära gränser för betygen 3, 4 och 5 är 11, 16 och 22 poäng. Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförlig och tydlig lösning. Lösningsförslaget skall textförklaras
Bristande läsbarhet medför poängavdrag. (kladdpaper skall inte lämnas in)
Hjälpmedel: Medföljande formelblad. För matematik III.
 OBS! eventuella bonustal från föregående läsåret gäller ej.

1. Bestäm konvergensmängden till potensserien $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3x-1)^n}{n+1}$. (3p)
2. Beräkna arean av den buktiga ytan $z = \frac{1}{4}(x^2 + y^2)$, där $x^2 + y^2 \leq 12$. (3p)
3. Låt $\mathbf{A} = (xyz)^b (x^a, y^a, z^a)$. Bestäm konstanterna a och b så att $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{0}$. (3p)
4. Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{F} = (-e^{yz}, e^{xz}, z^2)$ genom struten S given av $z^2 = x^2 + y^2$, $0 \leq z \leq 1$, och orienterad med utåtriktad normal. (4p)
5. Bestäm konstanterna a, b, c så att

$$\begin{cases} x = u^2 + av^2 \\ y = 2uv \\ z = bu + cv + w \end{cases}$$
 definierar ett ortogonalt kroklinjigt koordinatsystem (u, v, w) . (2p)
 Beräkna de kroklinjiga komponenterna A_u, A_v, A_w av vektorfältet $\mathbf{A} = (x, y, 3z)$. (2p)
6. Vektorfältet \mathbf{F} är givet i sfäriska koordinater,

$$\mathbf{F}(r, \theta, \varphi) = (2r \cos 2\theta - \cos \theta) \mathbf{e}_r - (2r \sin 2\theta - \sin \theta) \mathbf{e}_\theta$$
 Beräkna linjeintegralen $\int_{\Gamma} \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r}$ där Γ är en reguljär kurva i rummet med startpunkt i origo och slutpunkt $r = 2$, $\theta = \pi/2$, $\varphi = 0$. (4p)
7. En volym V begränsas av hyperboloiden $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ och planen $z = -1$ och $z = 2$.
 Beräkna flödet av vektorfältet $\mathbf{F} = \left(\frac{xz}{x^2 + y^2}, \frac{yz}{x^2 + y^2}, 0 \right)$ ut ur V .
 (Observera att vektorfältet är singulärt längs z -axeln). (4p)