

Institutionen för matematik  
KTH

**Tentamensskrivning på kursen Diskret matematik för CL3, 5B1118, den 27 maj 2005, 08.00-13.00**

Examinatorer: Olof Heden.

**Tillåtna hjälpmedel: Inga.**

Gränser: för betyg 3 krävs minst 10p, för betyg 4 minst 14p och för betyg 5 minst 18p.

1. (3p) Bestäm den minsta positiva rest som erhålls när talet  $8^{121}$  delas med talet 13.
2. (3p) Låt  $\psi = (1\ 2\ 5\ 4\ 3\ 6)$  och  $\gamma = (1\ 4\ 3)(2\ 5\ 6)$ . Avgör om permutationen  $\psi^2\gamma^3$  är en udda eller jämn permutation.

3. (3p) Skriv följande booleska uttryck på en minimal disjunktiv form:

$$\bar{x}\bar{y}\bar{w} + \bar{x}\bar{y}w + \bar{w}(x\bar{y} + \bar{x}y) + \bar{x}y\bar{z}w.$$

4. (3p) Svaret på uppgift 4 är  $13!\binom{12}{8}\binom{9}{5}$ . Ställ problemet.
5. (3p) Låt  $C$  vara en 1-felsrättande kod med kontrollmatrisen

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- a) Bestäm antalet ord i koden  $C$ .
  - b) Bestäm antalet ord som ligger på avståndet högst ett från något kodord.
  - c) Bestäm ett ord som koden inte kan rätta.
  - d) Bestäm totala antalet ord som koden inte kan rätta.
6. (3p) Låt  $H$  och  $K$  vara delgrupper till samma grupp  $G$ . Visa att om  $|H| = 35$  och  $|K| = 27$  så gäller att  $H \cap K = \{e\}$  där  $e$  betecknar identitets-elementet i gruppen  $G$ .  
(**Anm.** Du får använda utan att först bevisa det, att  $H \cap K$  är en delgrupp till både  $H$  och  $K$ .)
  7. a) (2p) Vilket är det största antal noder som en sammanhängande graf  $G$ , utan loopar och multipla kanter, kan ha om antalet kanter är lika med 37.  
b) (2p) Vilket är det minsta antal noder, som en sammanhängande graf  $G$ , utan loopar och multipla kanter, måste ha om antalet kanter är lika med 37.

8. (3p) Skriv kommentarer till problemen ovan. För att poäng skall erhållas krävs att kommentarerna är väl motiverade, ett svar av typen "tal fem var bra" ger inga poäng. Men svar av typen "problem fem var bar därför att det testade förståelsen av ..." eller "problem fyra var dåligt därför att det inte på något sätt testade väsentliga kunskaper..." ger däremot poäng.