

Institutionen för matematik
KTH

Tentamensskrivning på kursen Diskret matematik för Media 1 och IT1, 5B1118, fredagen den 27 maj 2005 klockan 08.00-13.00.

Examinatorer: Olof Heden.

Tillåtna hjälpmedel: Inga.

Gränser: 20 poäng eller mer ger betyget tre, 26 poäng eller mer ger betyget fyra och 32 poäng eller mer ger betyget fem.

Övrigt: Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. De elever på Mediaprogrammet som under vårterminen 2005 blivit godkända på lappskrivning nummer i får automatiskt 3p på uppgift nummer i på del A nedan. Samma gäller de elever på IT-linjen som under höstterminen 2004 blivit godkända på lappskrivning nummer i . De får automatiskt 3p på uppgift nummer i på del A nedan. Detta gäller för $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

DEL A

- (3p) Bestäm en lösning till den diofantiska ekvationen $37x + 45y = 1$.
(**Obs.** Det räcker alltså att ange precis ett par av tal x och y som uppfyller ekvationen ovan.)
- (3p) Visa t ex med hjälp av induktion att om $a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2}$ för $n = 2, 3, 4, \dots$ och $a_0 = 2$ och $a_1 = 1$ så är $a_n = 2^n + (-1)^n$ för alla naturliga tal n .
- (3p) Bestäm antalet heltalslösningar till ekvationen

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8$$

sådana att $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$, $x_3 \geq 0$ och $x_4 \geq 0$. Svaret skall ges i formen av ett heltal.

- (3p) Betrakta gruppen $G = \langle Z_{13} \setminus \{0\}, \cdot \rangle$. Visa att mängden $H = \{1, 3, 9\}$ bildar en delgrupp till G .
(**Anm.** För att få full poäng på denna uppgift krävs inte att du verifierar den associativa räknelagen.)
- (3p) Betrakta gruppen $G = \langle Z_{13} \setminus \{0\}, \cdot \rangle$. Mängden $H = \{1, 3, 9\}$ bildar en delgrupp till G . Bestäm samtliga sidoklasser till H i G .
- (3p) En felkorrigerande kod C har kontrollmatrisen

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ordet 11111 tillhör inte koden C men ligger på avståndet ett från precis ett kodord $\bar{c} \in C$. Bestäm detta ord \bar{c} .

V.G.V.

DEL B

7. (5p) Bestäm den minsta positiva rest som erhålls när talet 8^{121} delas med talet 13.
8. Personerna A, B, C, D, E och F skall ställa sig på ett led. På hur många sätt kan detta ske om
- a) (3p) Personerna A och B skall stå bredvid varandra.
 - b) (2p) Personerna A och B inte skall stå bredvid varandra.
- Anm:** Svaret skall ges i form av ett heltal.
9. (5p) Låt H och K vara delgrupper till samma grupp G . Visa att om $|H| = 35$ och $|K| = 27$ så gäller att $H \cap K = \{e\}$ där e betecknar identitets-elementet i gruppen G .
(**Anm.** Du får använda utan att först bevisa det, att $H \cap K$ är en delgrupp till både H och K .)
10. a) (2p) Vilket är det största antal noder som en sammanhängande graf G , utan loopar och multipla kanter, kan ha om antalet kanter är lika med 37.
- b) (3p) Vilket är det minsta antal noder, som en sammanhängande graf G , utan loopar och multipla kanter, måste ha om antalet kanter skall vara lika med 37.