KTH Matematik
B.Ek

Tentamen i 5B1118, DISKRET MATEMATIK för CL
Måndagen den 22 maj 2006, klockan 8.00–13.00

Examinator: Bengt Ek, tel 7906951.
Tillåtna hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa.

För att ge full poäng måste lösningarna vara ordentligt motiverade.
Satser från kursen får användas utan bevis, om det klart anges vad de säger.

Till skrivningens poängsumma läggs bonuspoäng från vårterminen 2006.
Totalt 10p ger säkert betyg 3, 14p ger betyg 4 och 18p ger betyg 5.
8-9p ger rätt att delta i kompletteringsskrivningen för betyg 3.
Ange på skrivningsomslaget hur många bonuspoäng du har.

1) (3p) Finn alla heltalslösningar x, y till ekvationen $247x + 156y = 39$.

2) (3p) En parkeringsplats har 16 platser för bilar och 8 platser för motorcyklar. På hur många sätt kan 11 (olika) bilar och 4 (olika) motorcyklar fördelas på platserna (varje bil i en (egen) bilplats och varje motorcykel i en (egen) motorcykelplats)? (Svaret får innehålla fakulteter och de fyra vanliga räknesätten.)

3) (3p) Låt $P_G(k)$ vara antalet sätt grafen G kan (hörn)färgas med **högst** k färger. På hur många sätt kan G färgas med **exakt** 5 färger, dvs så att alla 5 färgerna verkligen används?

4) (3p) Permutationen $\alpha \in S_9$ ges av $\alpha(1)=3, \alpha(2)=7, \alpha(3)=1, \alpha(4)=9,$ $\alpha(5)=8, \alpha(6)=5, \alpha(7)=4, \alpha(8)=6, \alpha(9)=2.$
Skriv α på cykelform och finn ett $\sigma \in S_9$ så att $\sigma\alpha = \alpha^{-1}\sigma$.

5) (3p) Visa att om n är ett heltal är $13n^{17} + 17n^{13} + 191n$ delbart med $221 (=13 \cdot 17)$.

6) (3p) Låt $A_4 \subset S_4$ vara delgruppen av alla jämna permutationer,

$$A_4 = \{\pi \in S_4 \mid \operatorname{sgn}(\pi) = 1\}.$$

Har A_4 någon delgrupp av ordning 3? Har den någon delgrupp av ordning 5? Ge exempel eller motivera varför ingen finns.

7) (3p) En linjär, binär kod ges av kontrollmatrisen (eng. check matrix)

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Vilka ord har sänts om (110111), (100010) och (100101) har mottagits och högst ett fel har uppstått?

8a) (2p) Avgör (med motivering) i vart och ett av fallen i), ii) och iii) om det finns någon graf med sju hörn med valenser:
i) $0, 2, 3, 3, 4, 4, 5$, ii) $2, 3, 3, 3, 3, 3, 3$, iii) $2, 2, 3, 5, 5, 5, 6$.
b) (2p) Låt G vara en eulersk graf (dvs en graf som har en eulerväg) med 15 hörn. Visa att om **komplementgrafen** $\overline{G}$ (dvs grafen med samma hörn som G, men kanter mellan precis de par av hörn som saknar kant i G) är sammanhängande, är också den eulersk.
(Liksom i kursboken betraktar vi bara grafer utan loopar och multipla kanter.)

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan.
Där kommer också en kursenkät, fyll i den!