KTH
Matematik

Tentamensskrivning på kursen Diskret matematik för Media, CL och IT, 5B1118, onsdagen den 22 augusti, klockan 14.00-19.00.

Examinatorer: Olof Heden och Bengt Ek.

Tillåtna hjälpmedel: Inga.

Gränser: För att få betyget godkänt på kursen krävs dels minst 12p på del A, dels minst 15p totalt på skrivningen (inklusive bonus från kontrollskrivningar). Maxpoäng på skrivningen, inklusive bonus från kontrollskrivningarna, är 40p. Betygsgränserna är: betyg 3: 15p, betyg 4: 21p, betyg 5: 28p.

Komplettering: De som kommer högst två poäng från gränserna för ett godkänt resultat har rätt till komplettering. Tidpunkt för komplettering meddelas senare.

Övrigt: Lösningarna skall motiveras. Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. De elever som under vårterminen 2007 blivit godkända på kontrollskrivning nummer i får automatiskt 3p på uppgift nummer i på del A nedan.

DEL A

1. (a) (1p) Bestäm talet 376 i två-systemet, dvs i binär form.
   (b) (1p) Talet n har i två-systemet utvecklingen $(10111001)_2$. Bestäm talet n i decimalsystemet.
   (c) (1p) Skriv talet $(121)_8$ i bas nio.
2. (a) (1p) Ange som heltal antalet sätt som sju personer kan ställa sig i ett led.
   (b) (1p) Ange som heltal antalet sätt att bland 10 personer välja ut sju personer.
   (c) (1p) Ange som heltal antalet sätt att dela in en mängd med fem olika element i tre icketomma delmängder.
3. Betrakta permutationerna $\varphi = (1\ 3\ 4\ 2)(5\ 6)$ och $\psi = (1\ 3)(2\ 4)(5\ 6)$ på mängden $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
   (a) (1p) Bestäm på cykelform permutationen $\varphi\psi$.
   (b) (1p) Bestäm ordningen av permutationen $\psi\varphi$.
   (c) (1p) Låt γ och μ vara två permutationer på samma mängd. Om $\gamma\mu$ är en jämn permutation, är det då säkert att $\mu\gamma$ är en jämn permutation? Motivera ditt svar.
4. Ett RSA-krypto har parametrarna $n = 143$ och $e = 103$. Dekryptera meddelandet 3, dvs beräkna $D(3)$.
5. Låt G vara en graf, som saknar loopar och multipla kanter, med 16 noder varav åtta har valensen 2, fyra har valensen 4 och fyra har valensen 6.
   (a) (1p) Bestäm antalet kanter i G.
   (b) (1p) Rita en graf G som uppfyller de givna förutsättningarna.
   (c) (1p) Kommer varje möjlig sådan graf du kan rita att ha en eulerkrets?

V.G.V.

DEL B

6. (4p) Bestäm $37^{209} \pmod{53}$.

7. (4p) De inverterbara elementen i ringen Z_{30} bildar en grupp. (Detta behöver du ej visa.) Undersök om denna grupp är cyklisk.

8. (4p) Beskriv en 1-felsrättande binär kod med 61 ord av längd 10 och som är sådan att följande tre villkor är uppfyllda:

(a) Ordet 1111111111 har ett avstånd minst tre till alla kodord.
(b) Ordet 1111000000 har avstånd två till minst ett kodord.
(c) Ordet 0000111111 har avstånd ett till minst ett kodord.

Anm. Delpoäng kan ges för lösningar där bara vissa eller inga av villkoren ovan är uppfyllda.

9. (4p) En skolklass med 10 pojkar och 10 flickor skall delas in i fyra lika stora grupper. På hur många olika sätt kan detta ske om varje grupp måste innehålla minst en pojke och minst en flicka?
Obs: Svaret får innehålla alla de fyra räknesätten.

10. (4p) Undersök om nedanstående information räcker för att bestämma antalet noder och antalet kanter i den sammanhängande grafen G.

(a) Grafen G är planär.
(b) Vid en plan ritning av grafen G begränsas varje område av precis tre kanter.
(c) Vid en plan ritning av grafen G möts vid varje nod exakt fem områden.

Anm. Man får förutsätta att grafen saknar loopar.