KTH Matematik
B.Ek

Tentamen i kursen
SF1610(/5B1118), DISKRET MATEMATIK för CL (m.fl.)
måndagen den 5 maj 2008, klockan 14.00–19.00

Examinator: Bengt Ek, tel 7906951.
Tillåtna hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa.

För **godkänt betyg**, dvs minst E(/3), krävs **dels** minst 12p på del I, **dels** totalpoäng enligt följande.

För betyg		krävs totalt minst
A	5	32p
B		27p
C	4	22p
D		18p
E	3	15p

Betygen A–E gäller för **kurs SF1610** (normalt de som inte tidigare varit registrerade på kursen) och betygen 3–5 gäller för **kurs 5B1118**.

Den som inte blivit godkänd, men fått minst 12p totalt, får Fx(/K) och därmed rätt att delta i en kompletteringsskrivning för betyg E(/3). Se kurssidan.

För att ge full poäng måste lösningarna vara ordentligt motiverade. Satser från kursen får (utom då annat sägs) användas utan bevis, om det klart anges vad de säger.

DEL I

Var och en av uppgifterna i denna del svarar mot kontrollskrivningen med samma nummer.

Godkänd kontrollskrivning ger automatiskt full poäng på uppgiften och det ger då ingen ytterligare poäng att lösa den uppgiften på skrivningen.
Ange på skrivningsomslaget vilka kontrollskrivningar du har klarat.
OBS! För godkänd tentamen krävs minst 12p på denna del (+3p).

1) (3p) Finns det något heltal x så att $14x \equiv 1 \pmod{33}$?
Finn ett sådant x eller motivera varför det inte finns något.

2) (3p) En student har 17 dagar kvar till tentan och tänker studera flitigt 12 av dem. På hur många sätt kan de 12 dagarna väljas ut, om högst en av den första och den sista dagen skall ägnas åt studier?
(Svaret får innehålla heltal, fakulteter och de fyra vanliga räknesätten.)

3) (3p) Permutationen $\pi \in S_9$ ges av $\pi(1)=6$, $\pi(2)=7$, $\pi(3)=5$, $\pi(4)=9$, $\pi(5)=3$, $\pi(6)=2$, $\pi(7)=1$, $\pi(8)=4$, $\pi(9)=8$.
Skriv π på cykelform och finn ordningen för π.

4) (3p) En linjär, binär kod ges av kontrollmatrisen (i boken: checkmatrisen)
$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$
Vilka ord har sänts, om (111001), (101101) och (010111) har mottagits och högst ett fel per ord har uppstått?

5) (3p) Avgör (med motivering) i vart och ett av fallen i), ii) och iii) om det finns någon graf (utan öglor eller multipla kanter) med sex hörn med valenser (grader): i) $1, 2, 2, 3, 4, 5$, ii) $2, 3, 3, 3, 3, 4$, iii) $2, 2, 4, 4, 5, 5$.

Vänd!

DEL II

6) (4p) Vad blir (minsta icke-negativa) resten då $6^{5^{2008}}$ (dvs $6^{(5^{2008})}$) divideras med 13?

7) (4p) Visa att en (ändlig) graf där varje hörn (nod) har valens (grad) minst 2 innehåller (minst) en cykel.

8) (4p) Låt som vanligt Fibonacci-talen $\{F_n\}_{n=0}^{\infty}$ definieras av

$$\begin{cases} F_0 = 0,\ F_1 = 1, \\ F_{n+2} = F_{n+1} + F_n,\ \text{för } n = 0, 1, 2, \ldots \end{cases}$$

Visa att

$$F_1F_2 + F_2F_3 + F_3F_4 + F_4F_5 + \cdots + F_{2n-1}F_{2n} = (F_{2n})^2 \text{ för } n = 1, 2, 3, \ldots$$

DEL III

För full poäng på dessa uppgifter krävs särskilt väl strukturerade och presenterade lösningar.

9a) (2p) 22 stolar står på rad bredvid varandra. På hur många sätt kan 16 (särskiljbara) barn sätta sig på dem (med högst ett barn på varje stol), om två av dem (Adam och Barbro) inte får sitta på stolar intill varandra?
b) (3p) På hur många sätt går det om inga av de tre barnen Adam, Barbro och Cyril får sitta på stolar intill varandra?
(Svaret får innehålla heltal, fakulteter och de fyra vanliga räknesätten.)

10) Låt G vara en ändlig grupp och H en delgrupp till G.
a) (2p) Visa att om $k \in G$, gäller för varje $g \in G$ att $g \in kH$ om och endast om $gH = kH$.
gH, kH är här **vänstersidoklasser** till H i G, dvs t.ex. $gH = \{gh \mid h \in H\}$.
Motsvarande påstående gäller för högersidoklasser (det behöver du inte visa).
Man får här inte utan bevis använda satsen att sidoklasser är lika eller disjunkta.
b) (3p) Som bekant finns $g_1, g_2, \ldots g_m, g_1', g_2', \ldots, g_m' \in G$ så att

$$G = g_1H \cup g_2H \cup \cdots \cup g_mH = Hg_1' \cup Hg_2' \cup \cdots \cup Hg_m',$$

där $g_iH \cap g_jH = Hg_i' \cap Hg_j' = \varnothing$ om $i \neq j$.
Visa, t.ex. genom att formulera problemet som ett matchningsproblem i en bipartit graf och använda a), att man här kan välja $g_i = g_i'$, $i = 1, 2, \ldots, m$.

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan.
Där kommer också en kursenkät, fyll i den!