KTH Matematik
B.Ek

Tentamen i kursen
SF1610(/5B1118), DISKRET MATEMATIK för CL, Media (m.fl.)
onsdagen den 27 maj 2009, klockan 14.00–19.00

Examinator: Bengt Ek, tel 7906951.
Tillåtna hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa.

För **godkänt betyg**, dvs minst E(/3), krävs **dels** minst 12p på del I, **dels** totalpoäng enligt följande.

För betyg	A(/5)	B	C(/4)	D	E(/3)	
krävs	32	27	22	18	15	poäng (inklusive bonus)

Betygen A–E gäller för **kurs SF1610** och betygen 3–5 gäller för **kurs 5B1118** (normalt de som varit registrerade på kursen före läsåret 2007/08).

Den som inte blivit godkänd, men fått **minst 12p** totalt, får Fx(/K) och därmed rätt att delta i en kompletteringsskrivning för betyg E(/3). Se kurssidan.

För att ge full poäng måste lösningarna vara ordentligt motiverade. Satser från kursen får (utom då annat sägs) användas utan bevis, om det klart anges vad de säger.

DEL I

Var och en av uppgifterna i denna del svarar mot kontrollskrivningen med samma nummer.

Godkänd kontrollskrivning ger automatiskt full poäng på uppgiften och det ger då ingen ytterligare poäng att lösa den uppgiften på skrivningen.
Ange på skrivningsomslaget vilka kontrollskrivningar du har klarat.
OBS! För godkänd tentamen krävs minst 12p på denna del (+3p).

1) (3p) Finn alla heltal x, y så att $12x - 21y = 15$.

2) (3p) I en klass med 12 flickor och 15 pojkar skall man dansa (pardans, en pojke och en flicka i varje par). Lukas måste vara med och dansa, men kan inte dansa med Maja. På hur många sätt kan 12 par då bildas?
(Svaret får innehålla fakulteter, heltalspotenser och de fyra vanliga räknesätten.)

3) (3p) $U(\mathbb{Z}_{14})$, alla inverterbara element i $\mathbb{Z}_{14}$, utgör en grupp med operation multiplikation (det behöver du inte visa). Avgör om gruppen är cyklisk.

4) (3p) Man vill skapa ett RSA-system för kryptering med de ”stora” primtalen $p = 43$ och $q = 61$. Vidare vill man ha krypteringsexponenten $e > 1000$.
Finn det minsta möjliga e-värdet.

5) (3p) En plan, 3-reguljär (dvs alla hörn har valens (grad) 3) graf består av 7 komponenter och delar in planet i 42 ytor (fasetter), inklusive den obegränsade ytan. Hur många hörn och hur många kanter har grafen?

Vänd!

DEL II

6) (4p) Finn alla heltal x så att 17 är en delare till $12x^{35} + 8x^3 + 14x$, dvs

$$12x^{35} + 8x^3 + 14x \equiv 0 \pmod{17}.$$

7) (4p) För vilka $n \geq 3$ gäller att den fullständiga (kompletta) grafen K_n innehåller dels en hamiltoncykel och dels en sluten väg som saknar gemensamma kanter med hamiltoncykeln och går exakt en gång genom var och en av grafens övriga kanter?

8) Permutationen $\pi \in S_9$ ges av att

$$\pi(1) = 6,\ \pi(2) = 7,\ \pi(3) = 1,\ \pi(4) = 9,\ \pi(5) = 5,$$
$$\pi(6) = 3,\ \pi(7) = 2,\ \pi(8) = 8,\ \pi(9) = 4.$$

a) (1p) Uttryck π i cykelnotation.
b) (3p) Hur många $\sigma \in S_9$ uppfyller

$$\sigma\pi = \pi^{-1}\sigma$$

(dvs $\sigma\pi\sigma^{-1} = \pi^{-1}$)?

DEL III

För full poäng på dessa uppgifter krävs särskilt väl strukturerade och presenterade lösningar.

9) Låt G vara en grupp.
a) (2p) Visa att om ekvationen $axbxa = x^{-1}$ har (minst) en lösning $x \in G$ för alla $a, b \in G$, så finns för varje $g \in G$ ett $c \in G$ så att $g = c^3$.
b) (3p) Visa omvändningen till a), dvs att om för varje $g \in G$ finns $c \in G$ med $g = c^3$, så finns för alla $a, b \in G$ (minst) ett $x \in G$ med $axbxa = x^{-1}$.

10) Vid en tentamen med 10 uppgifter kan var och en av de sex första uppgifterna ge 0, 1 eller 2 poäng, medan de återstående fyra uppgifterna kan ge 0, 1, 2 eller 3 poäng.
a) (1p) Hur många olika poängfördelningar är möjliga?
b) (4p) Hur många av dem (fördelningarna i a)) har minst en uppgift vardera bedömd med 0, 1, 2 och 3 poäng?
(Svaren får innehålla fakulteter, heltalspotenser och de fyra vanliga räknesätten.)

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan.
Där kommer så småningom också en kursenkät, fyll i den!