

KTH Matematik

B.Ek

**Extra tentamen i kursen
SF1610(/5B1118), DISKRET MATEMATIK för CL, Media (m.fl.)
lördagen den 29 maj 2010, klockan 9.00–14.00**

Examinator: Bengt Ek, tel 7906951.

Tillåtna hjälpmedel: Inga, inte ens räknedosa.

För **godkänt betyg**, dvs minst E(/3), krävs **dels** minst 12p på del I, **dels** totalpoäng enligt följande.

För betyg	A(/5)	B	C(/4)	D	E(/3)	
krävs	32	27	22	18	15	poäng (inklusive bonus)

Betygen A–E gäller för **kurs SF1610** och betygen 3–5 gäller för **kurs 5B1118** (normalt de som varit registrerade på kursen före läsåret 2007/08).

Den som inte blivit godkänd, men fått **minst 12p** totalt, får Fx(/K) och därmed rätt att delta i en kompletteringsskrivning för betyg E(/3). Se kurssidan.

För att ge full poäng måste lösningarna vara ordentligt motiverade. Satser från kursen får (utom då annat sägs) användas utan bevis, om det klart anges vad de säger.

DEL I

Var och en av uppgifterna i denna del svarar mot kontrollskrivningen med samma nummer.

Godkänd kontrollskrivning ger automatiskt full poäng på uppgiften och det ger då ingen ytterligare poäng att lösa den uppgiften på skrivningen.

Ange på skrivningsomslaget vilka kontrollskrivningar du har klarat.

OBS! För godkänd tentamen krävs minst 12p på denna del (+3p).

1) (3p) Finn alla heltal x så att $35 \mid (22x - 7)$, dvs

$$22x - 7 \equiv 0 \pmod{35}.$$

2) (3p) 24 barn, 12 flickor och 12 pojkar, skall ställa sig i två led med 12 barn i varje led. På hur många sätt kan det ske om leden inte får vara enkönade? (Svaret får innehålla heltal, potenser, faktulteter och de fyra vanliga räknesätten.)

3) (3p) En grupp G har delgrupperna H och K med 24 respektive 35 element, dvs $|H| = 24$, $|K| = 35$. Finn alla möjliga värden för $|H \cap K|$, dvs hur många element som kan ligga i både H och K .

4) (3p) Ett RSA-kryptosystem har $n = 221 (= 13 \cdot 17)$. Meddelandet 7 krypteras som 11 och meddelandet 8 som 60. Vad krypteras meddelandet 56 som? Glöm inte att motivera ditt svar.

5) (3p) I en plan sammanhängande graf $G = (V, E)$ har precis hälften av hörnen valens (grad) 3 och hälften har valens 4. Grafen delar in planet i 47 ytor (fasetter) (inklusive den yttre, oändliga ytan).

Hur många hörn och hur många kanter har G ?

Vänd!

DEL II

6) (4p) Finn en kontrollmatrix H för en linjär binär kod \mathcal{C} med

$$|\mathcal{C}| = 16, \quad 11011011 \in \mathcal{C}, \quad 00111000 \notin \mathcal{C},$$

som rättar ett fel.

7) Låt som vanligt fibonaccitalen F_n , $n \in \mathbb{N}$, definieras av

$$\begin{cases} F_0 = 0, F_1 = 1 \\ F_{n+2} = F_{n+1} + F_n, \quad \text{alla } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

a) (2p) Visa att $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{pmatrix}$ för $n = 1, 2, 3, \dots$

b) (2p) Visa att $F_n^2 + F_{n+1}^2 = F_{2n+1}$ för alla $n \in \mathbb{N}$.

(I b) får a) användas även om man inte gjort den.)

8) Permutationen $\pi \in S_9$ ges av att

$$\begin{aligned} \pi(1) = 7, \quad \pi(2) = 1, \quad \pi(3) = 9, \quad \pi(4) = 4, \quad \pi(5) = 3, \\ \pi(6) = 8, \quad \pi(7) = 2, \quad \pi(8) = 5, \quad \pi(9) = 6. \end{aligned}$$

a) (1p) Uttryck π i cykelnotation.

b) (3p) Finn π :s ordning $o(\pi)$ och ett $\sigma \in S_9$ så att $o(\sigma\pi) > o(\pi)$.

DEL III

För full poäng på dessa uppgifter krävs särskilt väl strukturerade och presenterade lösningar.

9a) (2p) Visa att för alla $r, s \in \mathbb{N}$ gäller

$$2^r - 1 \mid 2^{rs} - 1.$$

b) (3p) Visa att om $m \in \mathbb{N}$ är udda gäller

$$m \mid 2^n - 1$$

för något $n = 1, 2, \dots, m$.

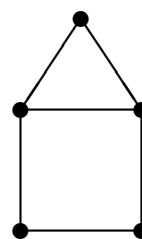
10a) (2p) Finn det kromatiska polynomet för vidstående graf.

På hur många sätt kan grafen hörnfärgas med högst 5 färger?

b) (2p) Låt en graf G ha det kromatiska polynomet $P_G(\lambda)$ och kromatiska talet $\chi(G) = 3$. På hur många sätt kan G hörnfärgas med precis 5 färger (dvs så att alla färger används)?

c) (1p) Kontrollera resultatet i b) med grafen härintill.

(Uppgift b) kan göras även om a) inte gjorts.)



**Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan.
Där kommer så småningom också en kursenkät, fyll i den!**