

Tentamen i 5B1121 Matematik baskurs
den 17 oktober 2005 kl 08.00-13.00

Samtliga uppgifter 1-8 poängsätts med maximalt 4 poäng per uppgift. Uppgifterna 1, 2 och 3 svarar mot var sitt moment i kursen och man ska bara räkna dem av dessa uppgifter som svarar mot moment som man inte blivit godkänd på vid lappskrivning.

För godkänt betyg krävs godkänt på samtliga moment 1, 2 och 3 – för godkänt på moment j krävs antingen godkänt på lappskrivning j eller minst 3 poäng på tal j nedan – plus minst 5 poäng på uppgifterna 4-8 nedan.

Skriv tydliga lösningar med utförliga motiveringar. Inga hjälpmedel. Lycka till!

1. Bestäm samtliga reella tal x som uppfyller att $\frac{2+2x}{1-x^2} \leq 1$?
 2. Finn inversen, om den finns, till funktionen $f(x) = \frac{1}{2} \ln(2x+3)$.
 3. Beräkna den konstanta termen (den som inte innehåller x) i utvecklingen av $\left(x - \frac{1}{2x^3}\right)^{12}$. Svaret ska ges på formen p/q , där p och q är heltal.
-
4. Lös ekvationen $e^{\cos 2x} = 1$.
 5. Faktorisera polynomet $p(x) = x^3 + 2x^2 + 6x + 5$ så långt som möjligt i faktorer med reella koefficienter.
 6. Avgör om det är sant att $7^n + 5$ är jämnt delbart med 6 för alla positiva heltal n . Bevisa att det är sant eller bevisa att det är falskt.
 7. Du får veta att de komplexa talen z och w uppfyller att $z - \bar{w} = \overline{z - \bar{w}}$ och $z + \bar{w} = \overline{z + \bar{w}}$. Kan du av dessa båda samband dra slutsatsen att $z = w$?
 8. A. Bevisa utgående från enhetscirkeln att $\cos(u-v) = \cos u \cos v + \sin u \sin v$ för alla reella tal u, v .
B. Använd resultatet i uppgift A för att bevisa att $\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$ för alla reella tal x . (B får lösas även om inte A har lösts.)