

KTH Matematik

Examinator: Lars Filipsson (Open & D)

Gunnel Roman (CL)

Tentamen i

SF 1612 Matematik baskurs och SF1623 Matematik I, del A för CL

Dag och tid: Lördagen den 19 jan 2008 kl 8.00 – 13.00.

Inga hjälpmedel.

Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng vardera.

Uppgifterna 1 - 3 svarar mot varsin kontrollskrivning. Godkänt på kontrollskrivning nummer j ger automatiskt 4 poäng på uppgift j (som då inte skall lösas).

Uppgifterna 4 - 6 tar upp grundläggande kunskaper och färdigheter.

Uppgifterna 7 - 9 är mer avancerade. Den som vill ha betyg C eller högre måste samla ett antal poäng på dessa uppgifter, sk VG-poäng.

Preliminära betygsgränser:

A - 31 poäng varav minst 8 VG-poäng

B - 26 poäng varav minst 5 VG-poäng

C - 21 poäng varav minst 2 VG-poäng

D - 16 poäng, E - 15 poäng och Fx - 13 poäng.

Lycka till!!

-----Uppgifter som motsvarar varsin KS-----

1. Avgör för vilka reella tal x olikheten $x^4 + x^3 + x^2 + x < 0$ gäller.

2. Om $\ln x = t$ vad blir då uttryckt i t

a) $\ln x^3$ b) $\ln \sqrt[5]{x^2}$ c) $\ln \frac{1}{x}$ d) $\ln \left(\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}} \right)$

3. Om $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. Vilka värden kan då $\cos x$ anta?

-----G - uppgifter-----

4. Beräkna $\sum_{k=1}^{19} (2^k - 4k + 8)$.

5. Beräkna $\frac{(1+i)^9}{(1-i)^7}$.

6. Låt $f(x) = \sqrt{9+x} - 3$

a) Bestäm definitionsmängd och värdemängd till $f(x)$.

b) Bestäm $f^{-1}(x)$ dvs inversen till $f(x)$.

c) Bestäm $f(f^{-1}(x))$.

-----VG - uppgifter-----

7. Bestäm för alla värden på den reella konstanten a antalet lösningar till ekvationen $|x-1| + 2|x-2| = a$.

8. Visa att det för alla $n \geq 2$ och $1 \leq k \leq n-1$ gäller att

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k} .$$

9. Avgör om det är sant att funktionen $f(x) = \arctan x + \operatorname{arc} \cot x$ är konstant. Om det är sant, bevisa det och beräkna det konstanta värdet. Om det är falskt ge ett motbevis.