Institutionen för matematik
KTH

<u>Tentamensskrivning, 2004-05-27, kl.8.00-13.00</u>
<u>5B1123, Matematik II för lärare.</u>

Tentamen består av 10 uppgifter.

För betyg 3(godkänt), 4, 5 krävs minst 16, 22 respektive 30 poäng inklusive bonuspoäng. Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl och skriv prydligt och ordentligt.

Inga hjälpmedel är tillåtna.

LYCKA TILL!

---

1. Beräkna linjeintegralen $\oint xy\,dy - y^2 dx$ längs den kvadrat som bildas i första kvadranten av koordinataxlarna och x=1 samt y=1 ett varv tagen i positiv riktning. (3 p)

2. Bestäm för vilka θ som matrisen A = $\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ är inverterbar. (3 p)

Bestäm också, då det är möjligt A:s invers dvs A^{-1} .

3. Bestäm en ekvation för planet som innehåller linjen x=-1+3t, y=5+2t, z=2-t (3 p)
och som är vinkelrät mot planet 2x-4y+2z = 9 .

4. För vilka x konvergerar serien $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}(x+2)^n$? (3 p)

5. Beräkna dubbelintegralen $\int_0^2 \int_{\frac{y}{2}}^{1} e^{x^2}\,dx\,dy$. (3 p)

6. Lös för alla värden på k ekvationssystemet $\begin{cases} x + 2y + 4z = 2 \\ 3x + y + 6z = 3 \\ kx + 3y + 2z = 4 \end{cases}$. (4 p)

7. Visa att funktionen $f:(u,v) = (x^y, \frac{x}{y})$ har en differentierbar invers i en omgivning (4 p)
av $(x,y) = (1,2)$ och beräkna $\frac{\partial x}{\partial u}, \frac{\partial x}{\partial v}, \frac{\partial y}{\partial u} samt \frac{\partial y}{\partial v}$ svarande mot denna punkt.

8. Bestäm de värden på a för vilka andragradsytan $2x^2 + 2y^2 + az^2 + 2axy = 1$ är (4 p)
en ellipsoid.

9. Vilken är den maximala volymen av ett rätblock som har sju hörn på (4 p)
koordinatplanen varav ett ligger i origo? Det åttonde hörnet ligger på
planet 6x+4y+3z=24 så att alla koordinater är positiva.

10. Definiera funktionen $f(x,y) = \begin{cases} \frac{3x^2y}{x^4 + y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ (4 p)

a) Är funktionen kontinuerlig i (0,0)?
b) Bestäm i de fall de existerar $f_x'(0,0)$ och $f_y'(0,0)$
c) Är f differentierbar i (0,0)?