

Institutionen för matematik  
KTH

Tentamensskrivning, 2004-08-17, kl.14.00-19.00  
5B1123, Matematik II för lärare.

Tentamen består av 10 uppgifter.

För betyg 3(godkänt), 4, 5 krävs minst 16, 22 respektive 30 poäng inklusive bonuspoäng.  
Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl och skriv prydligt och ordentligt.

Inga hjälpmedel är tillåtna.

LYCKA TILL!

---

1. Kan vektorerna  $(2,-3,1)$ ,  $(4,1,1)$  och  $(0,-7,1)$  utgöra en bas i  $R^3$  ? (3 p)
2. Beräkna avståndet mellan planen  $3x - 4y + z = 1$  och  $6x - 8y + 2z = 3$  (3 p)
3. Bestäm tangentplanets ekvation till ytan  $f(x,y,z) = xy - z$  i punkten  $(-2,-3,6)$ . (3 p)
4. Avgör om serien  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3\sqrt{n} + 2}{n^2 - 4n}$  divergerar eller konvergerar. (3 p)
5. Lös ekvationen  $z^2 - 2z + iz + 3 - i = 0$ . (3 p)
6. Beräkna kurvintegralen  $\int_C y^3 dx + (x^3 + 3xy^2) dy$  där  $C$  är den slutna kurva som bestäms av  $y = x^3$  från  $(0,0)$  till  $(1,1)$  och  $y = x$  från  $(1,1)$  till  $(0,0)$  tagen i positiv riktning. (4 p)
7. En bergsklättrare befinner sig i punkten  $(1,1,2)$  på berget  $z = 4 - x^2 - y^2$  och bestämmer sig för att gå i nordostlig riktning. Går hon uppför eller nedför berget? (4 p)
8. Beräkna  $\iint_D x^2 y dx dy$  där  $D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 1, y \geq x\}$ . (4 p)

9. Bestäm största och minsta värde till funktionen  $f(x, y) = x^2y^2 + x^3y - 4x^2y$  inom området  $x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 6$ . (4 p)

10. a) Bestäm egenvärden och egenvektorer till  $A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ . (1 p)

b) Låt  $B$  vara en inverterbar  $n \times n$  matris med egenvärden  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ . Bestäm egenvärdena till  $B^{-1}$ . (1 p)

c) Låt  $C$  vara en  $n \times n$  matris med egenvärden  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ . Bestäm egenvärdena till  $C^2$ . (1 p)

d) Verifiera dina svar i b) och c) med matrisen  $A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ . (1 p)