Institutionen för matematik
KTH

<u>Tentamensskrivning, 2005-01-15, kl.14.00-19.00</u>
<u>5B1123, Matematik II för lärare.</u>

Tentamen består av 10 uppgifter.

För betyg 3(godkänt), 4, 5 krävs minst 16, 22 respektive 30 poäng inklusive bonuspoäng.
Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa.
Motivera väl och skriv prydligt och ordentligt.

Inga hjälpmedel är tillåtna.

LYCKA TILL!

---

1. Bestäm riktningsderivatan för funktionen F definierad av $F(x,y,z) = xy + \frac{x}{z} + \frac{2z}{y}$ i punkten (-1,1,-1) dels i riktningen $(7,4,4)$ och dels i den riktning som ger maximal riktningsderivata i punkten.

2. Bestäm ekvationen för tangenten till kurvan $x = t,\ y = t^2,\ z = \frac{2}{3}t^3$ i punkten $(1,1,\frac{2}{3})$ samt bestäm båglängden för kurvan mellan origo och denna punkt.

3. Beräkna $\int_C (3x^2 + 2xy)dx + (y + 2x + x^2)dy$ där C är enhetscirkeln ett varv i negativ riktning.

4. Bestäm ekvationen för det plan som går genom punkten $(1,-1,1)$ och linjen $(x,y,z) = (1,0,1) + t(6,3,1)$

5. Avgör om serien $\sum_{n=1} \frac{1}{n} e^{-\frac{1}{n^2}}$ är konvergent eller divergent.

v.g.v

6. Bestäm trippelintegralen $\iiint_V \frac{\sqrt{z}}{1+x^2+y^2}\,dxdydz$ där V definieras av $x^2+y^2 \le 1$, $0 \le z \le x^2+y^2$.

7. Lös ekvationen $i(z^2+z) = z - 1 - 2i$.

8. I funktionen $f(x,y)$ införs nya variabler u och v genom transformationen $u = x+2y$ och $v = 2x - y$. Då erhålls funktionen $g(u,v)$. Uttryck $f''_{xy} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ med hjälp av derivator av g med avseende på u och v .

9. Bestäm de stationära punkterna samt avgör deras karaktär för funktionen $U(x,y) = e^{x-y}(2+xy)$.

10. Jacobideterminanten definiera av $\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} \end{vmatrix}$. Visa att $\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)} = \frac{1}{\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}}$.