Institutionen för matematik
KTH

<u>Tentamensskrivning, 2005-06-01, kl 14.00-19.00</u>
<u>5B1123, Matematik II för lärare.</u>

Godkänt på modul nr *n* ger godkänt på uppgift nr *n* på tentamen.
Tentamen består av 10 uppgifter. Varje uppgift kan maximalt ge 4 poäng.
För godkänt på uppgift 1-5 krävs minst 3 poäng per uppgift.

Betygsgränser:
3 godkänt på 4 st utav uppgifterna 1 – 5 och 5 poäng på uppgifterna 6 - 10
4 godkänt på 4 st utav uppgifterna 1 - 5 och 10 poäng på uppgifterna 6 - 10
5 godkänt på 4 st utav uppgifterna 1 - 5 och 15 poäng på uppgifterna 6 - 10.

Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa.
Motivera väl och skriv prydligt och ordentligt.

Inga hjälpmedel är tillåtna.

LYCKA TILL!

1. a) Bestäm linjen genom punkten P=(1,2,3) med riktningsvektorn $\bar{v} = (2,-4,-1)$.
Ligger linjen i planet $x - 2y + 3z = 6$? Svaret skall motiveras. (2 p)

b) Betrakta matrisen $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & b \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$.

i) Vilket värde skall talet b i matrisen anta för att en invers skall existera?
ii) Välj ett tal utifrån ditt svar ovan och ersätt b i matrisen A . Bestäm nu inversen till matrisen A . (2 p)

2. a) Avgör om vektorerna (1,2,1), (1,0,2) och (1,1,0) är linjärt beroende eller linjärt oberoende. (2 p)

b) Transformera uttrycket $g = 2x^2 + 4y^2 + 6yz - 4z^2$ till huvudaxelform. (2 p)

3. a) Avgör om $\sum_{n=1} (-1)^{n+1}\dfrac{3n+2}{4n^2-3}$ är konvergent eller divergent. (2 p)

b) Bestäm gradienten till $f(x,y,z)=x^2yz^2+\sin yz$ i punkten $(2,\pi,1)$. (2 p)

4. a) Bestäm $\dfrac{\partial^2 f}{\partial u^2}$ då f är en funktion av två variabler dvs x och y då $x=u$ och $y=v-\dfrac{u^2}{2}$. (2 p)

b) MacLaurinutveckla $f(x,y)=e^{xy+x}$ till och med termer av grad 2 . (2 p)

5. a) Beräkna $\iint_D xy\,dxdy$ där $D=\{(x,y)\,|\,1\le y\le 2, y\le x\le 2y\}$ (2 p)

b) Beräkna $\oint_\gamma x^2y^3dx+2xydy$ där γ är randen till kvadraten med hörn i $(0,0),(1,0),(1,1)$ och $(0,1)$ tagen i positiv riktning. (2 p)

6. Bestäm alla stationära punkter samt avgör deras karaktär till $f(x,y)=3x^3+xy^2+5x^2+y^2$.

7. Två plan har en gemensam punkt $(1,1,-3)$ och var sin normalvektor $\overline{n_1}=(2,2,1)$ respektive $\overline{n_2}=(-1,2,1)$. Bestäm en ekvation för deras skärningslinje.

8. Bestäm konstanterna a och b så att kurvintegralen $\int_\gamma (ay+2xy^2)dx+(bx^2y+x+1)dy$ blir oberoende av vägen mellan två givna punkter. Beräkna sedan kurvintegralens värde då γ går från origo till $(2,1)$.

9. Beräkna $\iint_D (x^4-y^4)dxdy$ där $D=\{(x,y)\,|\,1\le x^2-y^2\le 2, 1\le xy\le 4, x>0, y>0\}$.

10. Vad menas med egenvektorer och egenvärden till en matris A $(A\ne 0)$?
Hur bestäms egenvärden och egenvektorer? Ge ett allmänt bevis.
I vilka sammanhang använder man sig av egenvektorer och egenvärden. Ge minst två exempel.